INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL

CENTRO DE ESTUDIOS CIENTIFICOS Y TECNÓLOGICOS No. 8

“NARCISO BASSOLS”

TEMA: GEOMETRIA

PROFESOR: ALEJANDRO POZOS MONTERO

ALUMNO: ELYASIB ABIAM BRISEÑO FLORES

GRUPO: 2IM11, 2º SEMESTRE

Fecha: 24 de febrero de 2010

TEMA: GEOMETRIA

1. INTRODUCCIÓN

Definición: La **geometría**, del griego geo (tierra) y métrica (medida),

La Geometría es una rama de la matemática que se ocupa de las propiedades de las figuras geométricas en el plano o el espacio, como son: puntos, rectas, planos, polígonos, poliedros, paralelas, perpendiculares, curvas, superficies, etc.

La geometría es una de las más antiguas ciencias. Inicialmente, constituía un cuerpo de conocimientos prácticos en relación con las longitudes áreas y volúmenes. En el Antiguo Egipto estaba muy desarrollada, según los textos de Heródoto, Estrabón y Diodoro Sículo. Euclides, en el siglo III a. C. Sus orígenes se remontan a la solución de problemas concretos relativos a medidas y es la justificación teórica de muchos instrumentos, por ejemplo el compás, el teodolito y el pantógrafo.

Tiene su aplicación práctica en física, mecánica, cartografía, astronomía, náutica, topografía, balística, etc. También da fundamento teórico a inventos como el sistema de posicionamiento global (en especial cuando se la considera en combinación con el análisis matemático y sobre todo con las ecuaciones diferenciales) y es útil en la preparación de diseños (justificación teórica de la geometría descriptiva, del dibujo técnico e incluso en la fabricación de artesanías).

2. DESARROLLO

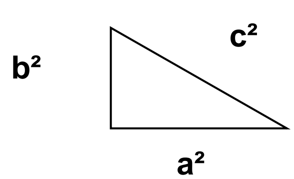
Axiomas y teoremas

La geometría se propone ir más allá de lo alcanzado por la intuición. Por ello, es necesario un método riguroso, sin errores; para conseguirlo se han utilizado históricamente los sistemas axiomáticos. El primer sistema axiomático lo establece Euclides, aunque era incompleto. David Hilbert propuso a principios del siglo XX otro sistema axiomático, éste ya completo. Como en todo sistema formal, las definiciones, no sólo pretenden describir las propiedades de los objetos, o sus relaciones. Cuando se axiomatiza algo, los objetos se convierten en entes abstractos ideales y sus relaciones se denominan modelos.

Esto significa que las palabras "punto", "recta" y "plano" deben de perder todo significado material. Cualquier conjunto de objetos que verifique las definiciones y los axiomas cumplirá también todos los teoremas de la geometría en cuestión, y sus relaciones serán virtualmente idénticas al del modelo tradicional.

Teorema de Pitágoras

En un triangulo rectángulo, la suma de los cuadrados de sus lados **a** y **b**, es igual al cuadrado de la hipotenusa **c**.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

Axiomas

En geometría sintética, los axiomas son proposiciones o afirmaciones que relacionan conceptos, definidos en función del punto, la recta y el plano. Se distinguen cuatro grupos de axiomas. Un quinto grupo de axiomas (el axioma de paralelismo) es el que distinguirá una geometría de otra.

En geometría analítica, los axiomas se definen en función del punto; no tiene sentido hablar de recta o plano. $f(x)$ puede definir cualquier función:

- Geometría euclidiana o plana
- Geometría espacial o de cuerpo
- Geometría riemanniana
- Geometría analítica
- Geometría diferencial
- Geometría proyectiva
- Geometría descriptiva
- Geometría de incidencia
- Geometría de dimensiones bajas
- Geometría sagrada

❖ Geometría euclidiana o plana.

Es aquella que estudia las propiedades del plano y el espacio tridimensional. En ocasiones los matemáticos usan el término para englobar geometrías de dimensiones superiores con propiedades similares. Sin embargo, con frecuencia, geometría euclidiana es sinónimo de geometría plana.

1. Desde un punto de vista historiográfico, la *geometría euclidiana* es aquella geometría que postuló Euclides, en su libro "Los elementos", dejando al margen las aportaciones que se hicieron posteriormente –desde Arquímedes hasta Steiner.
2. Según la contraposición entre método sintético y método algebraico-analítico, la *geometría euclidiana* sería, precisamente, el estudio por métodos sintéticos de los invariantes de un espacio vectorial real de dimensión 3 dotado de un producto escalar muy concreto (el frecuentemente denominado *producto escalar habitual*).
3. Según el Programa de Erlangen, la *geometría euclidiana* sería el estudio de los invariantes de las isometrías en un espacio euclidiano (espacio vectorial real de dimensión finita, dotado de un producto escalar).

❖ Geometría espacial o de cuerpo:

Es la rama de la geometría que se ocupa de las propiedades y medidas de las figuras geométricas en el espacio tridimensional o espacio euclídeo. Entre estas figuras, también llamadas sólidos, se encuentran el cono, el cubo, el cilindro, la pirámide, la esfera, el prisma, los poliedros regulares (los sólidos platónicos, convexos, y los sólidos de Kepler-Poinsot, no convexos) y otros poliedros.

La geometría del espacio amplía y refuerza las proposiciones de la geometría plana, y es la base fundamental de la trigonometría esférica, la geometría analítica del espacio, la geometría descriptiva y otras ramas de las matemáticas. Se usa ampliamente en matemáticas, en ingeniería y en ciencias naturales.

❖ Geometría riemanniana:

En geometría diferencial, la **geometría de Riemann** es el estudio de las variedades diferenciales con métricas de Riemann; es decir de una aplicación que a cada punto de la variedad, le asigna una forma cuadrática definida positiva en su espacio tangente, aplicación que varía suavemente de un punto a otro. Esto da ideas locales de (entre otras magnitudes) ángulo, longitud de curvas, y volumen. A partir de éstas, pueden obtenerse otras magnitudes por integración de las magnitudes locales.

Fue propuesta por primera vez de forma general por Bernhard Riemann en el siglo XIX. Como casos especiales particulares aparecen los dos tipos convencionales (geometría elíptica y geometría hiperbólica) de geometría No-Euclidiana, así como la geometría euclidiana misma. Todas estas geometrías se tratan sobre la misma base, al igual que una amplia gama de las geometrías con propiedades métricas que varían de punto a punto.

Cualquier variedad diferenciable admite una métrica de Riemann y esta estructura adicional ayuda a menudo a solucionar problemas de topología diferencial. También sirve como un nivel de entrada para la estructura más complicada de las variedades pseudo-Riemann, las cuales (en el caso particular de tener dimensión 4) son los objetos principales de la teoría de la relatividad general.

❖ Geometría analítica:

Es ell estudio de ciertos objetos geométricos mediante técnicas básicas del análisis matemático y del álgebra en un determinado sistema de coordenadas. Se podría decir que es el desarrollo histórico que comienza con la geometría cartesiana y concluye con la aparición de la geometría diferencial con Carl Friedrich Gauss y más tarde con el desarrollo de la geometría algebraica.

Los dos problemas fundamentales de la geometría analítica son:

1. Dado el lugar geométrico en un sistema de coordenadas, obtener su ecuación.
2. Dada la ecuación en un sistema de coordenadas, determinar la gráfica o lugar geométrico de los puntos que la cumplen.

Lo novedoso de la geometría analítica es que permite representar figuras geométricas mediante fórmulas del tipo $f(x,y) = 0$, donde f representa una función u otro tipo de expresión matemática. En particular, las rectas pueden expresarse como ecuaciones polinómicas de grado 1 (por ejemplo, $2x + 6y = 0$) y las circunferencias y el resto de cónicas como ecuaciones polinómicas de grado 2 (la circunferencia $x^2 + y^2 = 4$, la hipérbola $xy = 1$).

❖ Geometría diferencial:

Es el estudio de la geometría usando las herramientas del análisis matemático. Los objetos de estudio de este campo son las variedades diferenciables (tal y como la topología diferencial) tanto como las nociones de conexión y curvatura (que no se estudia en la topología diferencial).

Las aplicaciones modernas de la geometría diferencial han dado el estado del arte que goza la física.

- ## Geometría proyectiva:

Se llama geometría proyectiva a una estructura matemática que estudia las incidencias de puntos y rectas sin tener en cuenta la medida. A menudo se usa esta palabra también para hablar de la teoría de la proyección que en realidad se llama **geometría proyectiva.**

La **geometría proyectiva** puede entenderse, informalmente, como la geometría que se obtiene cuando nos colocamos en un punto, mirando desde ese punto. Esto es, cualquier línea que incide en nuestro "ojo" nos parece ser sólo un punto, en el Plano proyectivo, ya que el ojo no puede "ver" los puntos que hay detrás.

De esta forma, la **geometría proyectiva** también equivale a la proyección sobre un plano de un subconjunto del espacio en la geometría euclidiana tridimensional. Las rectas que salen del ojo del observador se proyectan sobre puntos. Los planos definidos por cada par de ellas se proyectan sobre rectas.

> Esto es útil porque a veces los teoremas de geometría proyectiva no pueden demostrarse sólo con los axiomas de incidencia antes expuestos (Hilbert, 1899) y es necesario demostrarlos en geometría euclidiana y luego proyectar, como el Teorema de Desargues (o bien admitir el teorema de Papus anteriormente citado como axioma).

- ## Geometría descriptiva:

La **geometría descriptiva** es un conjunto de técnicas de carácter geométrico que permite representar el espacio tridimensional sobre una superficie bidimensional y, por tanto, resolver en dos dimensiones los problemas espaciales garantizando la reversibilidad del proceso a través de la adecuada lectura.

En la época actual se reconocen dos modelos: uno que considera la geometría descriptiva como un lenguaje de representación y sus aplicaciones, y otro que la sitúa como un tratado de geometría. Aunque no es exactamente lo mismo, su desarrollo ha estado asociado al de la Geometría proyectiva.

❖ Geometría de incidencia:

Una geometría es una estructura algebraica con al menos tres tipos de axiomas:

- ordenación
- incidencia
- congruencia

Se llama **geometría de incidencia** a aquella estructura que carece de axiomas de congruencia. Entre otras cosas, la falta de estos axiomas nos impedirá comparar segmentos y establecer una métrica

❖ Geometría de dimensiones bajas:

La **topología geométrica** (topología de dimensiones bajas) es el área de la topología y la topología algebraica que estudia problemas geométricos, topológicos y algebraicos que surgen en el estudio de variedades de dimensiones menores que 5, espacios localmente homeomorfos a los espacios euclídeos, desde dimensión cero hasta la cuarta. Sus métodos están inspirados en la geometría y la topología de fenómenos físicos inclusive relativistas y cuánticos e idealizaciones abstractas modernas sobre el concepto de dimensiones: destacadamente y prominentemente, en **tres** y **cuatro** dimensiones.

Para ésta ciencia -que estudia las variedades y los encajes y **encajes propios** entre ellas-, estos son algunos de los temas representativos de esta ciencia: la teoría de nudos; clasificación de 3 y 4-variedades; Complementos de nudos en la n-esfera, S^n; TQFT.

La topología de dimensiones bajas (como también se le conoce) es considerada una ciencia de una gran interactividad entre todas la ramas de la matemática y con otras de la física. Una de las cuestiones importantes de esta rama (recién nresuelta por Perelman del 2006) es la célebre Conjetura de Poincaré, tanto como la conjetura de geometrización de Thruston

- ## Geometría sagrada:

La **Geometría sagrada** es un concepto planteado por el esoterismo y el gnosticismo. La creencia básica es que existen ciertas relaciones entre la geometría y la matemática y la espiritualidad, Dios y diversos conceptos místicos.

Los sólidos platónicos

Para Platón, hay cinco sólidos tridimensionales de aristas, ángulos y caras iguales, tales sólidos platónicos son: el tetraedro, el cubo, el octaedro, el icosaedro y el dodecaedro. Esta exposición la hace en su díalogo el Timeo, en el que plantea que de la quinta combinación, (dodecaedro) Dios se sirvió para trazar el plano del universo.

3. CONCLUSIÓN PERSONAL

4. BIBLIOGRAFÍA

1. A. V. Pogorélov. Geometría Elemental, Instituto Politécnico Nacional.
2. Cuellar Juan Antonio.Matematicas II, Geometría y Trigonometría, Segunda Edición, Editorial Mc Graw Hill.
3. Murray Gechtman. Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. Series Matematicas, Limusa, Noriega Editores.
4. Enciclopedia Temática Universal.