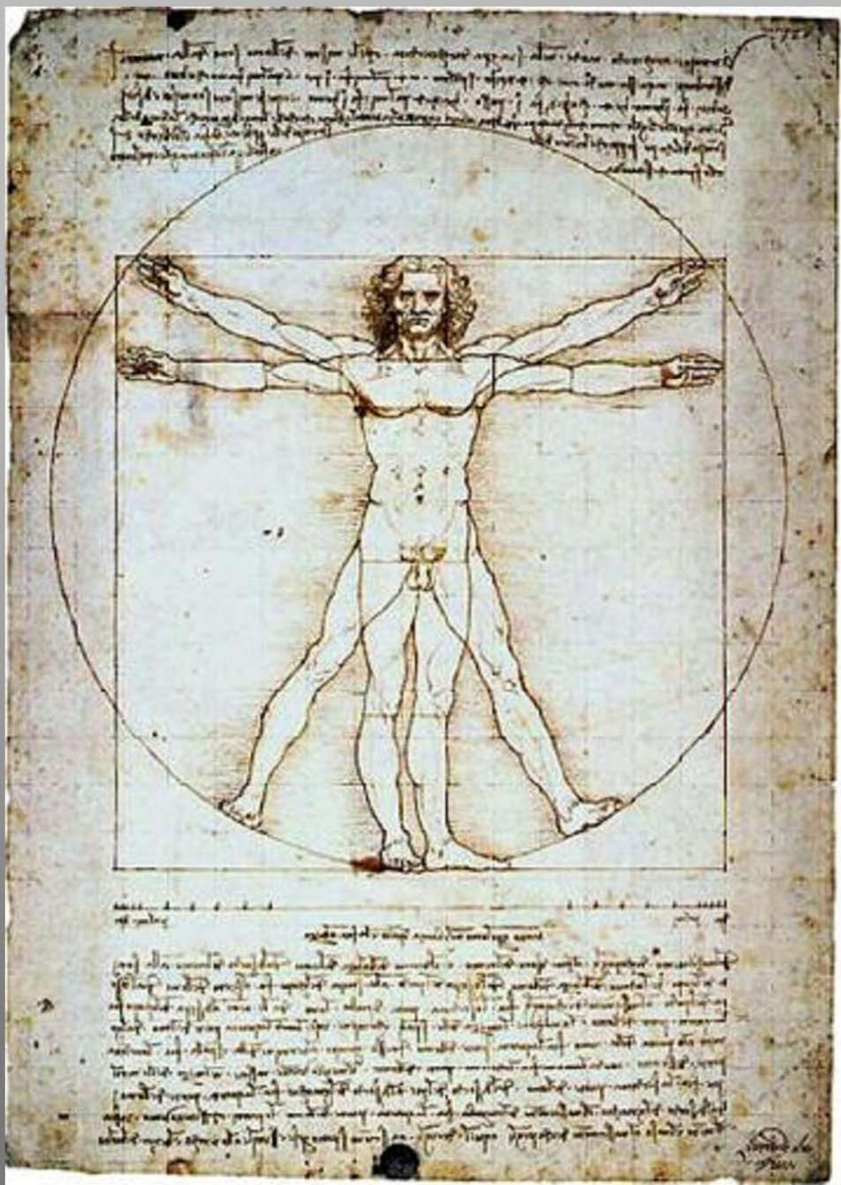
EL HOMBRE DE VITRUVIO

Pedro Tomás Vela



La interpretación de un dibujo genial que desde hace varios siglos guarda el secreto que nos muestra como resolver un problema que no tiene solución.

SIMBOLOGÍA Y GEOMETRÍA
LA CUADRATURA DEL CÍRCULO

**Pirámides de Gizeh, cuadratura del círculo,
geometría sagrada, símbolos esotéricos,
catedrales góticas, constructores medievales,
sociedades secretas, conocimientos ocultos...
parecen unidos por unos vínculos misteriosos,
cuyo entramado se hunde en un pasado milenario...
que llega hasta nuestros días.**

EL HOMBRE DE VITRUVIO

Simbología y Geometría
La Cuadratura del Círculo

PEDRO TOMÁS VELA

1ª edición
ISBN:
DL:
Impreso en España / Printed in Spain
Impreso por Bubok

Este libro ha sido diseñado bajo el criterio de ser editado únicamente en formato ebook, en la plataforma de internet Bubok, para ser leído con un ordenador u otras herramientas informáticas. Se ruega evitar su impresión en papel.

Pirámides de Gizeh, cuadratura del círculo,
geometría sagrada, símbolos esotéricos,
catedrales góticas, constructores medievales,
sociedades secretas, conocimientos ocultos...
parecen unidos por unos vínculos misteriosos,
cuyo entramado se hunde en un pasado milenario
... que llega hasta nuestros días.

Índice

Introducción..... 8

CAPÍTULO 1 – EL HOMBRE DE VITRUVIO

El Hombre de Vitruvio..... 9
La solución de Leonardo da Vinci..... 16
El trazado de las dos figuras geométricas..... 18
El dibujo trazado con un ordenador..... 31
El símbolo de El Hombre de Vitruvio..... 35
El octógono..... 39
La masonería..... 46
El compás y la escuadra..... 51
Leonardo da Vinci y la masonería..... 54

CAPÍTULO 2 - SIMBOLOGÍA

Simbología..... 56
Geometría sagrada..... 58
La geometría de Leonardo da Vinci..... 60
Construcciones octogonales..... 62
Construcciones templarias..... 73
El arte musulmán..... 77
El arte mudéjar..... 88
Las catedrales góticas..... 102
Los rosetones..... 121
Los laberintos de las catedrales..... 133
Las marcas de los canteros..... 136

CAPÍTULO 3 – GEOMETRÍA

El octograma..... 139
El pentagrama..... 141
El heptagrama..... 143
Dibujos geométricos..... 144
Motivos geométricos de ornamentación..... 148
La división de la circunferencia en partes iguales..... 154
El octógono, una figura sagrada..... 160
Las cuadrículas..... 162

CAPÍTULO 4 – LAS DOS PIRÁMIDES DE GIZEH

Los esquemas de las dos pirámides..... 171
El plano de la pirámide de Kefrén..... 172
El plano de la pirámide de Keops..... 174
La representación de la cuadratura del círculo..... 180
El plano de la meseta de Gizeh..... 182
El esquema de la cuadratura del círculo..... 190
Las maquetas de las dos pirámides..... 192

CAPÍTULO 5 – LA CUADRATURA DEL CÍRCULO

Ramón Llull y la cuadratura del círculo..... 196
Los triángulos rectángulos..... 202
El método de trazado de Leonardo da Vinci..... 206
Trigonometría..... 209
¿Qué es realmente imposible en este problema?..... 214
La solución tecnológica..... 216
Los tres cuadrados del círculo..... 220
El trazado del cuadrado con regla y compás..... 224
Un problema con mucha historia..... 238

Bibliografía..... 240

Introducción

Del dibujo de *El Hombre de Vitrubio*, extraordinaria y genial obra de Leonardo Da Vinci, podremos encontrar una extensa cantidad de reproducciones en toda clase de divulgaciones, ya sean escritas, video gráficas, o digitales. En internet, por ejemplo, existen numerosas páginas web que recogen y tratan este famoso dibujo, expresando las más diversificadas opiniones sobre su significado o su interpretación. En la mayor parte de esas páginas se limitan a reproducir el dibujo, realizar algunos comentarios sobre su historia y a relatar con detalle la traducción de las anotaciones que figuran sobre el mismo. En otras se reflejan estas informaciones, expresando una variada y diversa profusión de opiniones, con la intencionalidad de dar una explicación a su contenido; se le relaciona generalmente con la geometría, con el número áureo *phi* y con la cuadratura del círculo.

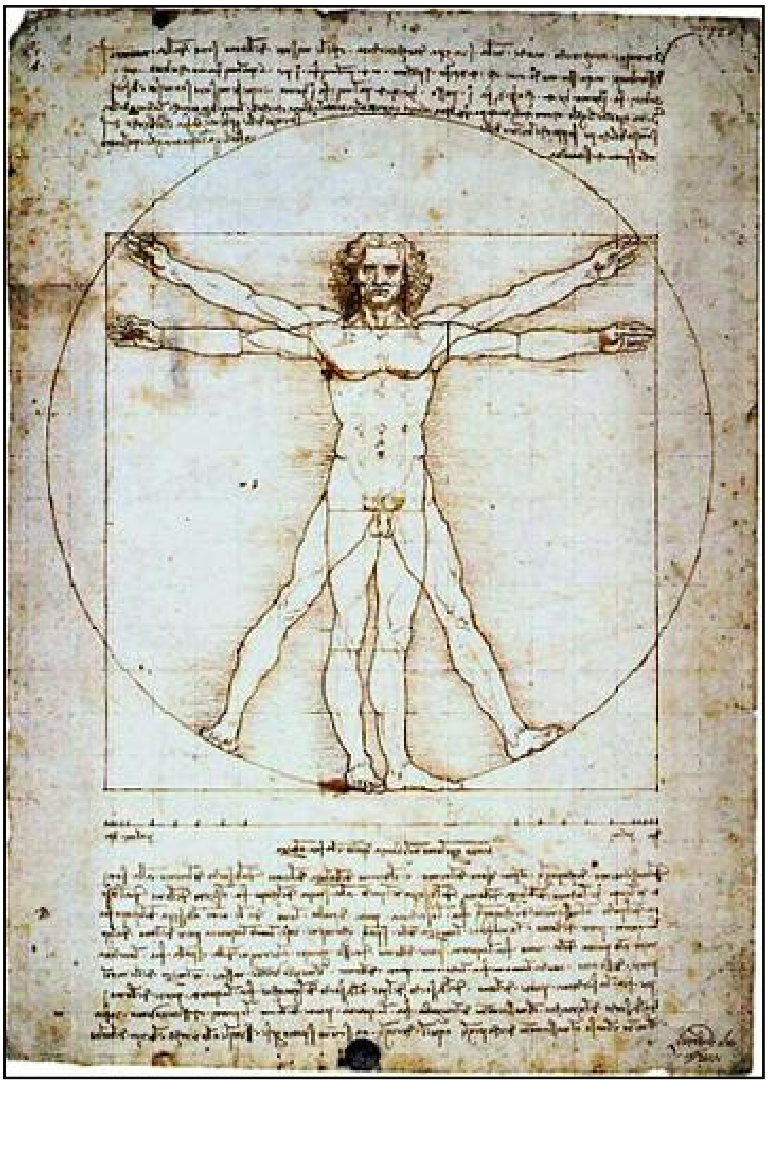
Con este libro se completan y amplían algunos planteamientos iniciados y desarrollados en un libro anterior, publicado en el año 2009 en la plataforma de internet Bubok, en el siguiente enlace:

http://www.bubok.es/libros/10058/EL-SECRETO-DE-LA-CUADRATURA-DEL-CIRCULO

El objetivo de este libro será pues ampliar las hipótesis con las que se determina que se trata de un dibujo que tiene una trascendencia mucho mayor que la de ser una simple expresión artística por parte de un genio, ya que tendría un significado oculto cuya comprensión nos permite acceder al método o la forma de trazar un cuadrado a partir de un círculo, para poder buscar la solución del problema de la cuadratura del círculo, y además, *El Hombre de Vitruvio* sería todo un símbolo, ya que representa los conocimientos ocultos sobre Geometría, que desde la Antigüedad y durante la Edad Media, fueron transmitiéndose entre los miembros de algunas sociedades secretas, las fraternidades y los gremios de la construcción de aquellas épocas.

1

EL HOMBRE DE VITRUVIO



A lo largo de la historia existen frecuentes testimonios de que algunos personajes destacados del mundo de la ciencia, abordaron el tema de la cuadratura del círculo y lo trataron en sus textos referidos a la Geometría y otras ciencias, con gran naturalidad, ya que se trataba de un problema generalmente conocido desde la más remota antigüedad, pero también como si para ellos la solución resultara conocida o fuera posible, aunque nunca la revelaron ni plantearon su demostración, como si se tratase de un conocimiento que no había que revelar.

Uno de esos personajes fue Leonardo da Vinci, hasta el punto de que existen referencias de que este problema "obsesionó" al genio, y del que se le atribuye la realización de numerosos dibujos. Resulta sorprendente que de esos supuestos dibujos que debió realizar con este afán, no se haya conservado ninguno, ni siquiera haya quedado constancia alguna de que los realizara, siendo que de todas las artes y ciencias sobre las que dedicó sus estudios, siempre dejó numerosos dibujos, bocetos e importantes documentos, recogidos en varios volúmenes conocidos como Códices.

Sólo quedaron algunas referencias de personas que le conocieron o que comentaron sus obras.

«Según Augusto Marinoni, 'El problema de geometría que absorbió a Leonardo interminablemente fue la cuadratura del círculo. A partir de 1504 en adelante dedicó cientos de páginas de sus cuadernos a esta cuestión... que fascinó a su mentor Pacioli... Mientras que estas investigaciones no produjeron apreciables progresos en matemáticas Leonardo creó una multiplicidad de complejos y preciosos diseños».

«*En otro momento Leonardo anuncia haber encontrado, el 30 de noviembre de 1504, la solución del viejo problema de la cuadratura: La noche de San Andrés encontré la solución a la cuadratura del círculo, cuando se acababa el candil, la noche y el papel en el que estaba escribiendo; lo concluí al alba».*

De entre esa extensa cantidad de bocetos, dibujos y estudios, Leonardo realizó un dibujo extraordinario que parece haber sido concebido como si fuera la representación de un enigma o un acertijo, al que hay que buscarle un significado o darle una explicación, pues por sí mismo parece que no la tiene. Aparentemente no tiene relación con ninguno de los otros muchos y muy diversos temas que trató. ¿Cuál fue el motivo que le llevó a realizar ese dibujo?

Algunas opiniones afirman que el objeto del mismo era servir de ilustración en las ediciones impresas de las obras de Vitruvio.

Durante todos estos siglos que han pasado desde su muerte, nadie ha encontrado esa explicación, ni ha aportado datos o pruebas que justifiquen la realización de ese dibujo, aunque si existen numerosas opiniones de que se trata de un dibujo de cuya interpretación se puede plantear la hipótesis de que tiene que ver con la cuadratura del círculo.

Podemos considerar como muy posible esta relación, por la presencia de las dos figuras geométricas que constituyen el núcleo en el que se basa ese problema: un círculo y un cuadrado envolviendo la figura de un hombre desnudo, en dos posiciones diferentes y con unas anotaciones en la parte superior e inferior que relatan una serie de medidas, de proporciones y comentarios, cuyas referencias tienen una relación evidente con las obras el arquitecto romano Vitruvio (siglo I a.C.). Un dibujo pues, que contiene los ingredientes necesarios para que se le atribuya un significado esotérico, un conocimiento oculto a la vista de los no iniciados, ya que se trataría de un secreto muy bien guardado.

Leonardo da Vinci muestra en su famoso dibujo *El Hombre de Vitruvio* cómo se ha de resolver un problema considerado "que no tiene solución". Leonardo dibuja la representación de la cuadratura del círculo como un enigma, pues el propio dibujo contendría de forma implícita, tanto el enunciado del problema como su solución.

El enunciado del enigma podría ser algo semejante a este:

"A partir de este círculo trazar un cuadrado que tenga la misma superficie, con el único empleo de un compás y una regla sin graduar".

La solución consiste en encontrar el sistema para el trazado de las cuatro líneas que forman un nuevo cuadrado, para lo cual, las claves se encuentran en la localización de los cuatro puntos necesarios para trazar dicho cuadrado. Los dos primeros puntos están situados de forma simétrica en dos de los lados del cuadrado que aparece dibujado, el izquierdo y el derecho, y son aquellos donde dichos lados se cortan con la circunferencia. Los otros dos puntos son los centros de ambas figuras geométricas, situados en un mismo eje central imaginario, que divide exactamente por la mitad, tanto las citadas figuras, como la figura humana. Son los puntos que aparecen claramente señalados sobre el ombligo y en el pubis de la citada figura humana.

La forma en que se ha de trazar el nuevo cuadrado es como sigue:

Sobre una réplica del dibujo, imprimiendo una copia, o utilizando una fotocopia del mismo, se coloca una regla en posición vertical, de forma que pase por los dos puntos centrales de la figura humana, y se traza una línea desde la parte superior hasta la parte inferior del círculo, dividiendo éste en dos partes simétricamente iguales.

Se sitúa de nuevo la regla desde el punto superior de dicha línea, hasta el punto inferior del lado izquierdo del cuadrado, donde se corta con la circunferencia, y se traza una nueva línea. Esta será el primer lado del cuadrado.

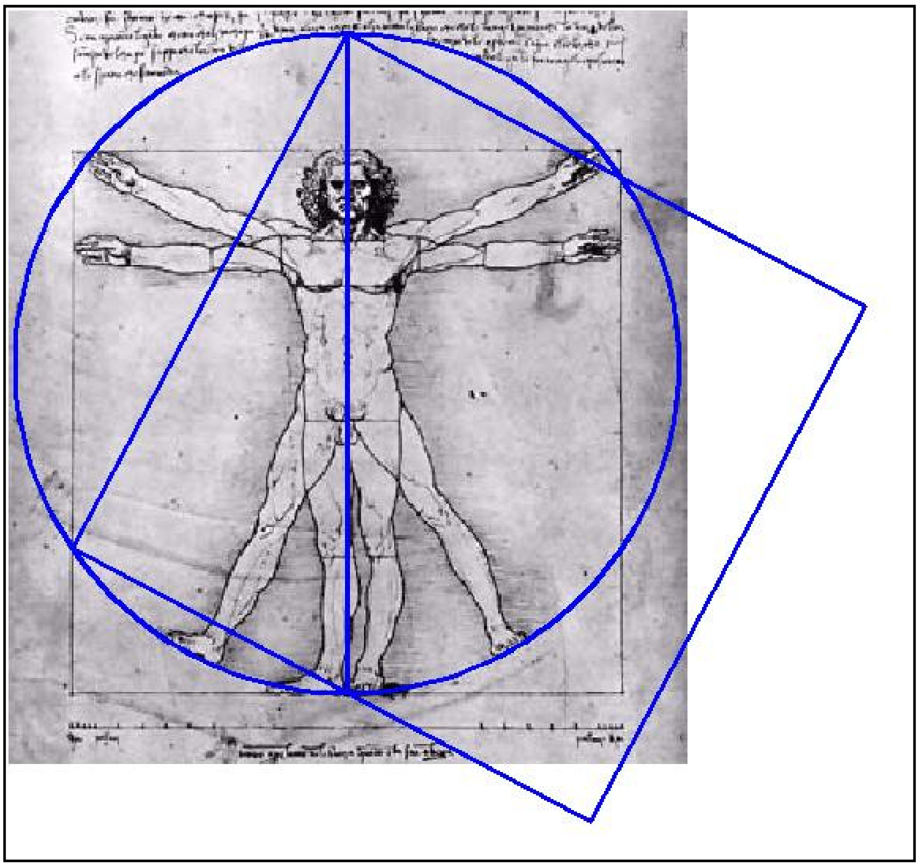
Con el compás, situando una punta sobre el punto superior del eje y la otra punta sobre el extremo de este primer lado, se toma la medida exacta del mismo.

Situando la regla entre el punto inferior de dicho lado y el punto inferior del eje vertical, y se traza una segunda línea prolongándola. Se coloca el compás sobre el citado punto, y se traslada la medida tomada con el compás, marcando el extremo de la segunda línea. Esta será el segundo lado del cuadrado.

Situando la regla entre el punto superior del eje vertical y pasando por el punto superior del lado derecho del cuadrado que corta la circunferencia, se traza una tercera línea a la que se trasladará con el compás, en la forma indicada anteriormente, la misma medida que la del primer y segundo lado. Esta será el tercer lado del cuadrado.

Finalmente situando la regla sobre los puntos extremos de los lados segundo y tercero, se traza la línea del cuarto lado que completa el cuadrado.

El resultado es el cuadrado que se muestra en la siguiente imagen:



El cuadrado que resuelve el problema.

Las dos figuras geométricas, el círculo y el cuadrado, con las que Leonardo representa este enigma o problema, no fueron trazadas al azar sino que responden a una ejecución muy precisa, realizada con la sola utilización de un compás y una regla sin graduar, y en función de unas proporciones muy especiales que están igualmente señaladas entre las anotaciones que complementan el dibujo.

De alguna forma, se puede interpretar como si Leonardo hubiera realizado con este dibujo la solución al problema de la cuadratura del círculo, trazando solo una primera parte y dejando el resto, es decir, cómo se ha de terminar de completar el cuadrado, como si fuera un enigma o adivinanza a resolver.

Sin embargo, de este dibujo, lo primero que llama la atención y probablemente porqué lo ha hecho mundialmente conocido y famoso, es la figura de un hombre desnudo, con los brazos y las piernas extendidos en dos formas diferentes, una en la posición de cruz y otra en la posición de aspa. La superposición de estas dos figuras sugiere la posibilidad de un movimiento de una posición a otra.

También llama poderosamente la atención las dos posiciones diferentes en las que aparece dibujado el pene del hombre, en posición lacia y en posición erecta.

Este detalle del pene erecto no está de ninguna forma sugerido en los textos de Vitruvio. Con lo cual, si se admite este planteamiento, y se hace una animación imaginaria del movimiento de las dos posiciones, de forma consecutiva, la posición de brazos en cruz con el pene lacio, seguida de la posición de brazos en aspa con el pene erecto, y así repetidamente, semejando la animación de una marioneta, dichos movimientos reflejarían un efecto grotesco, cuyo resultado causaría un impacto para los espectadores, como si de un burla se tratara.

Es como si Leonardo hubiera querido representar con las dos posiciones diferentes de la figura humana, una forma de llamar la atención de aquellos que contemplaran o analizaran el dibujo en el futuro, como si se tratara de una provocación o un desafío para la imaginación, poniendo de esta forma alguna evidencia en el dibujo, cuyo significado no sería solo una representación imaginativa, o una expresión artística, sino que en él se esconde un trasfondo que el espectador ha de averiguar.

Para finalizar se ha de comentar que realizando el trazado de las dos figuras geométricas, siguiendo los mismos pasos que los señalados anteriormente, pueden ser realizados utilizando un programa de dibujo por ordenador, para obtener un dibujo idéntico. De esta forma se obtienen las medidas exactas de dichas figuras, tanto del radio del círculo como del lado del cuadrado. Con estas medidas, que guardan la misma proporción que las del dibujo original, se realizan los cálculos precisos que muestran que la superficie del cuadrado no coincide de forma exacta con la superficie del círculo, lo que supone determinar que ésta no es la solución que resuelve el problema.

Este es un detalle que ha ser considerado como irrelevante, ya que se ha de tener en cuenta fundamentalmente cuál era el propósito real del dibujo, con el que Leonardo mostró de forma pública y trascendente, y con un ejemplo genial, un secreto sin revelarlo: Es el sistema o la forma en la que ha de trazarse el cuadrado para encontrar la solución de este legendario problema.

Un "secreto" cuyo origen se remonta varios miles de años atrás, ya que con toda probabilidad era conocido por los maestros egipcios, los constructores de las pirámides, y que pudo haber sido muy bien guardado por ellos en las medidas y en la posición de las dos pirámides más famosas de Egipto.

La cuadratura del círculo es un problema de geometría elemental que puede considerarse como mítico o histórico, fundamentalmente por dos razones:

La primera es porque sus referencias se remontan hasta épocas remotas de la antigüedad, hasta miles de años atrás, ya que sus orígenes se atribuyen a los conocimientos secretos de los sacerdotes egipcios y de los maestros constructores de las pirámides.

La segunda, y con toda seguridad la más difundida y aceptada, es porque se trata de un problema que no tiene solución.

La solución de Leonardo da Vinci.

«Y yo cuadro el círculo, excepto una porción tan minúscula como el intelecto sea capaz de imaginar, es decir, como el punto visible».

Leonardo da Vinci representó en el dibujo de El Hombre de Vitruvio el antiguo problema de la cuadratura del círculo, cuyo postulado original era como sigue:

«A partir de un círculo construir un cuadrado que tenga la misma superficie, sólo con el empleo de un compás y una regla sin graduar».

El dibujo de El Hombre de Vitruvio esconde una dualidad propia de aquella época, en el sentido de expresar un simbolismo tradicional y esconder a la vez una segunda enseñanza, secreta, profana, ordinariamente desconocida que pertenece al dominio de los conocimientos ancestrales.

Con el simbolismo tradicional, el dibujo de Leonardo aparenta estar representando un pasaje de la obra *De Architectura* que se recoge en 10 tomos escritos en el siglo I a. C. por Marco Vitruvio Polión, arquitecto, escritor, ingeniero y tratadista romano. En un pasaje de esos tomos Vitruvio cita lo siguiente:

«El ombligo es el punto central natural del cuerpo humano. En efecto, si se coloca un hombre boca arriba, con sus manos y sus pies estirados, situando el centro del compás en su ombligo y trazando una circunferencia, esta tocaría la punta de ambas manos y los dedos de los pies. La figura circular trazada sobre el cuerpo humano nos posibilita el lograr también un cuadrado: si se mide desde la planta de los pies hasta la coronilla, la medida resultante será la misma que se da entre las puntas de los dedos con los brazos extendidos; exactamente su anchura mide lo mismo que su altura, como los cuadrados que trazamos con la escuadra».

Sin embargo, en el dibujo, Leonardo representa algo mucho más profundo, un secreto, un conocimiento que no puede ser desvelado: La solución de un problema tradicionalmente considerado como imposible de resolver.

Leonardo plasma en el dibujo los comentarios de Vitruvio, sin embargo anota en el mismo documento sus propios datos añadidos, y lo que aparentan ser las medidas o proporciones, en realidad son las instrucciones para interpretar el dibujo y comprender el verdadero sentido del mismo, puesto que, como continuación del dibujo de las dos figuras geométricas, se puede terminar de trazar el cuadrado objeto de la solución, para lo cual, están claramente marcados los puntos necesarios por los que se trazarán las líneas de sus cuatro lados, y que son los centros de ambas figuras, más algunos de los puntos en los que la circunferencia y el cuadrado se cortan entre sí.

Las anotaciones que figuran en el documento, en su parte superior, justo encima del dibujo, dicen:

«Vitruvio, el arquitecto, explica en su obra sobre Arquitectura que la naturaleza dispone las medidas del cuerpo humano de la siguiente manera: Una palma es la anchura de cuatro dedos, un pie es la anchura de cuatro palmas, un antebrazo es la anchura de seis palmas, la altura de un hombre son cuatro antebrazos, un paso son cuatro antebrazos y veinticuatro palmas son un hombre. Estas eran las medidas que usaba en sus edificios. Si abre tanto las piernas de forma que su altura disminuya en 1/14 y extiende los brazos, levantándolos hasta que los dedos medios estén a la altura de la parte superior de su cabeza, el centro de los miembros extendidos estará en el ombligo y el espacio que comprenden las piernas formará un triángulo equilátero».

En la parte inferior, justo debajo de la línea paralela situada bajo el lado inferior del cuadrado, aparece centrada la frase:

«La longitud de los brazos extendidos de un hombre es igual a su altura».

Y a continuación el resto de las anotaciones:

«La distancia entre el nacimiento del pelo y la barbilla es un décimo de la altura de un hombre, la altura de la cabeza hasta la barbilla es un octavo de la altura de un hombre, la distancia entre el nacimiento del pelo a la parte superior del pecho es un séptimo de la altura de un hombre, y entre la parte superior del pecho y la parte superior de la cabeza, una sexta parte, la altura de la cabeza hasta el final de las costillas es un cuarto de la altura de un hombre, la anchura máxima de los hombros es un cuarto de la altura de un hombre, la distancia entre el codo al extremo de la mano es un quinto de un hombre, y entre el codo y la axila, la octava parte, la longitud de la mano es un décimo de su estatura; el inicio de los genitales marca el centro del hombre, la distancia entre la planta del pie y la base de las rodillas es la cuarta parte de la altura de un hombre y entre la base de la rodilla y el inicio de los genitales también la cuarta parte, la distancia entre la barbilla a la nariz es un tercio de la longitud de la cara, la distancia entre el nacimiento del pelo y las cejas es un tercio de la longitud de la cara, la distancia entre el nacimiento del pelo y la oreja es un tercio de la longitud de la cara».

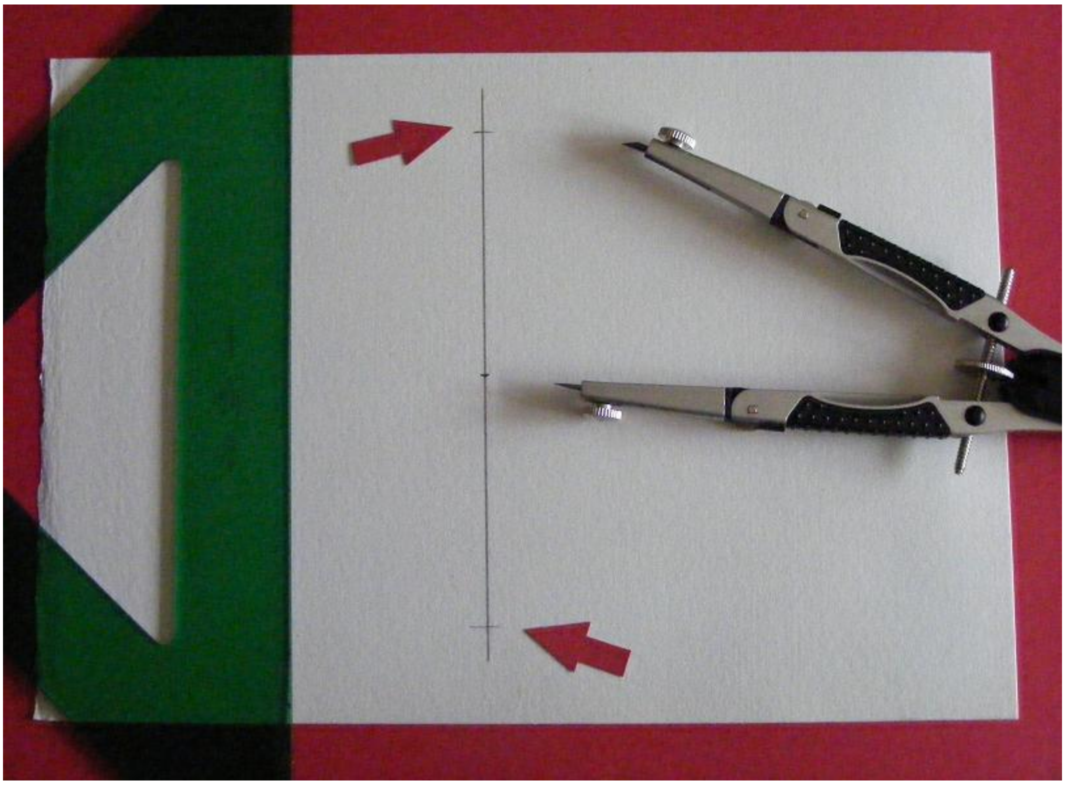
El trazado de las dos figuras geométricas.

Como se ha comentado con anterioridad, las figuras geométricas del cuadrado y del círculo, no fueron dibujadas al azar, sino que responden a un meticuloso y a la vez genial trazado, basado en las diferentes proporciones que se van obteniendo a partir de un primer eje o línea vertical.

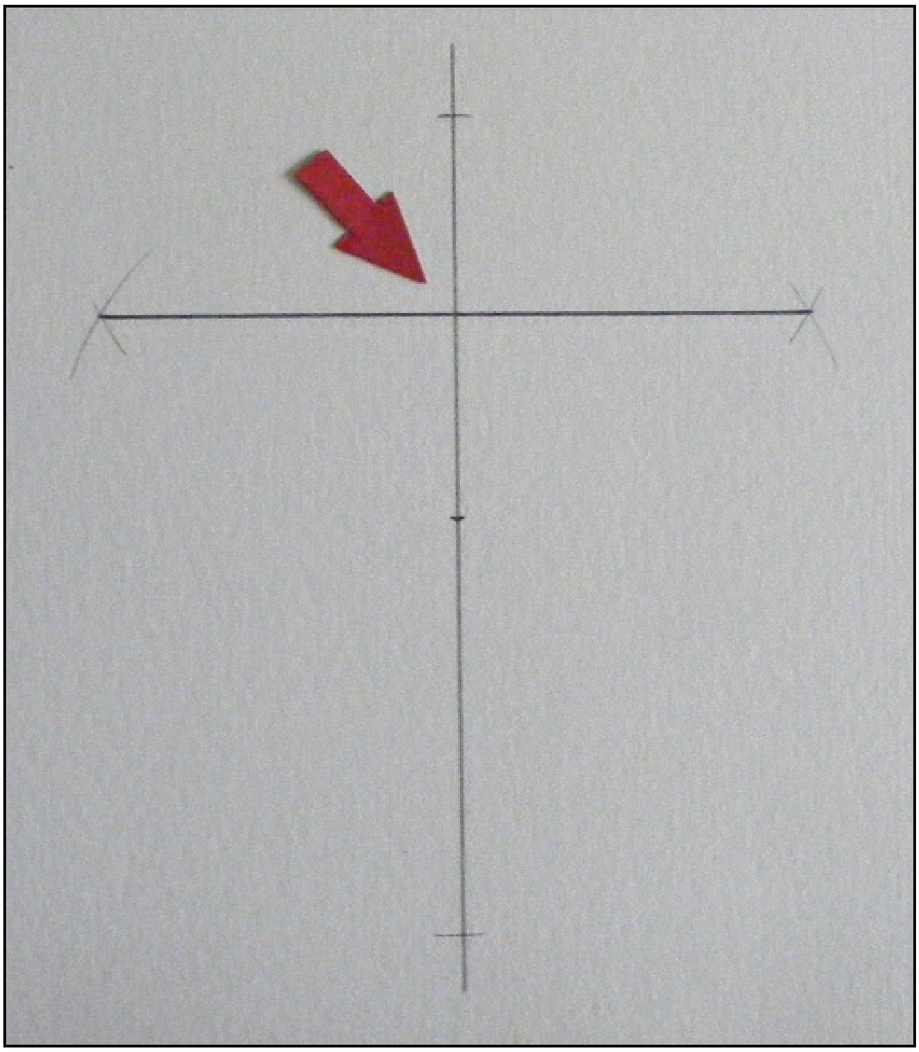
Se muestran a continuación una serie de fotografías que recogen, paso a paso, la forma en que Leonardo da Vinci realizó el trazado de las dos figuras geométricas, el cuadrado primero y la circunferencia después, perfectamente encajadas entre sí, de tal forma que quedan señalados entre ambas los puntos por los que se trazarán las líneas del cuadrado que, finalmente, constituye la parte oculta del dibujo, y es la que muestra la forma en la que se ha de encontrar la solución del problema.

Los dibujos que se presentan a continuación, han sido realizados manualmente, utilizando solo un compás y una regla sin graduar.

1. Con una regla se dibuja una línea vertical y a partir de un punto tomado como centro, con el compás, se marcan sobre dicha línea dos puntos de referencia, equidistantes del centro, como si se tratara del eje de una circunferencia imaginaria.

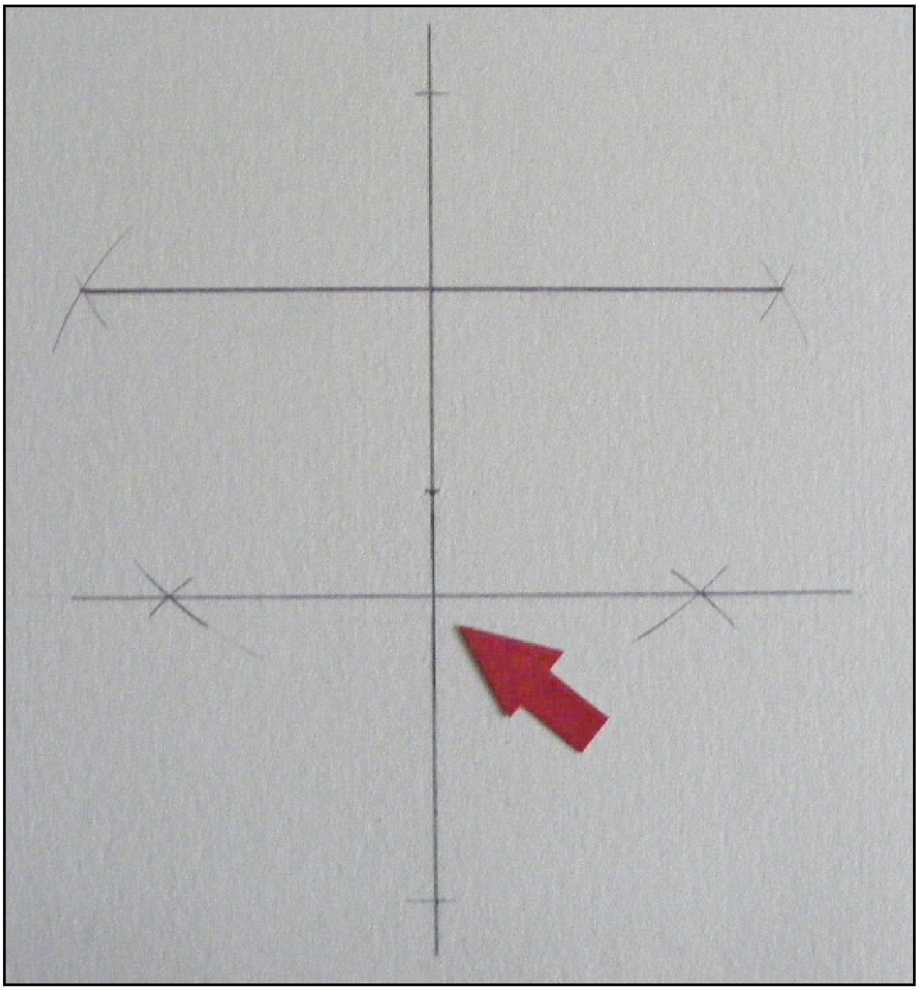


2. Sobre la mitad superior de la línea, situando el compás en el punto central y en el punto superior, sucesivamente, se señalan los dos puntos de referencia equidistantes, desde los que con la regla se traza la línea que marcará el punto medio.



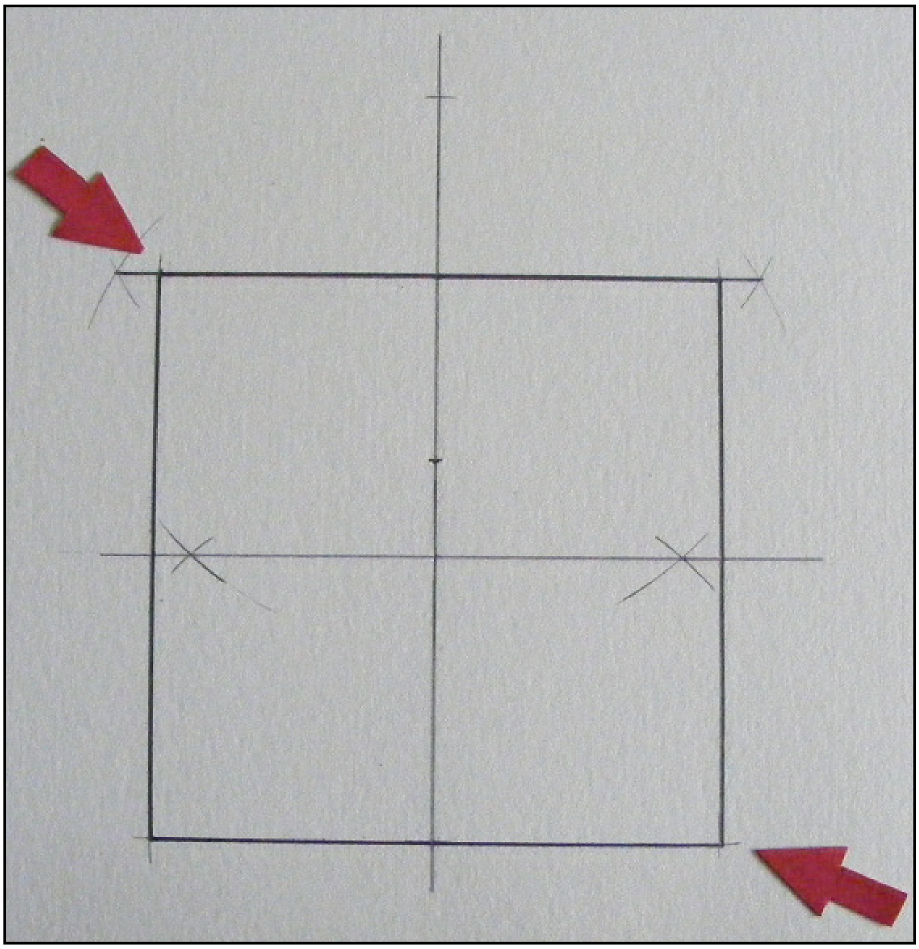
La línea vertical de referencia ha quedado dividida por la nueva marca señalando las siguientes proporciones: Una cuarta parte en la superior y tres cuartas partes en la inferior.

3. Situando el compás sobre este punto medio y sobre la marca del punto inferior de la línea, sucesivamente, se señalan los dos puntos de referencia equidistantes, sobre los que se sitúa la regla para marcar un punto que divide de nuevo por la mitad la parte inferior de línea.



Hemos marcado el punto medio de las tres cuartas partes de la línea de referencia inicial.

4. Situando el compás sobre ese punto medio y tomando la distancia hasta el punto inferior, desde cada uno de los tres puntos de la línea se van marcando sucesivamente los puntos equidistantes. Con la regla se trazan las líneas que unen dichos puntos formando un cuadrado.

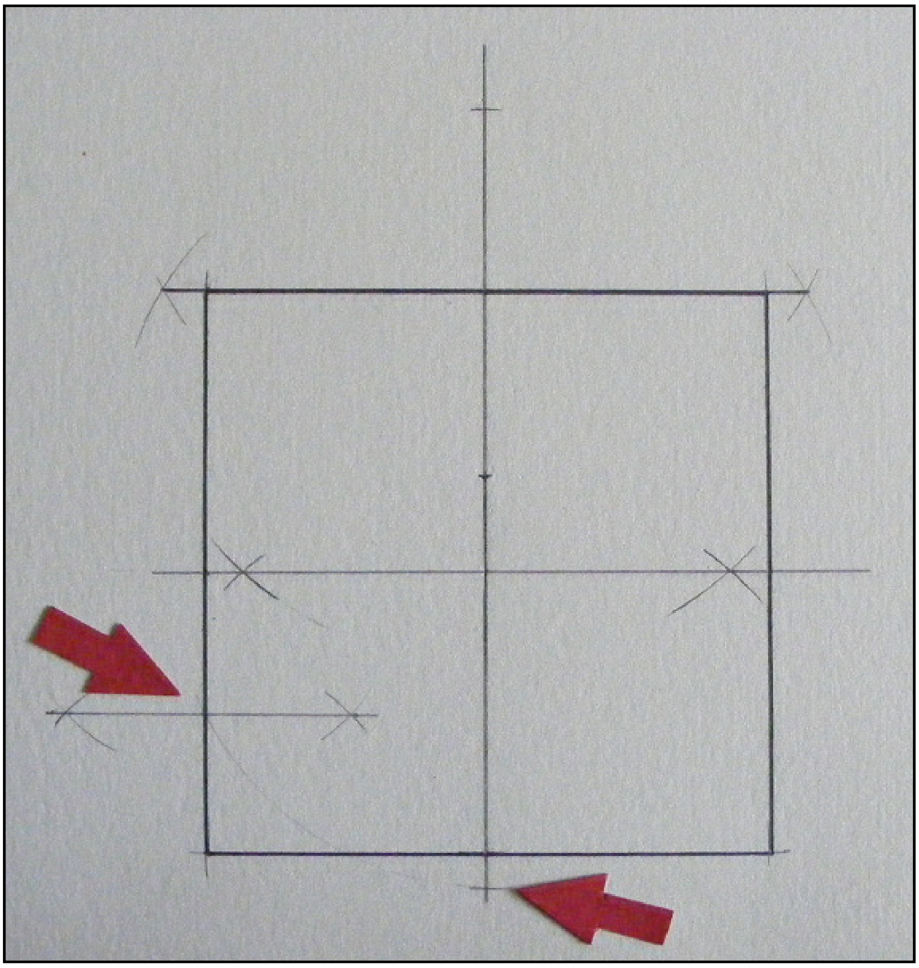


La medida de los lados de este cuadrado, guardan una proporción muy especial respecto de la línea inicial de referencia. Dicha línea correspondería al diámetro de una circunferencia imaginaria y cada una de sus dos mitades sería la medida de un radio.

La suma de 6 radios de la citada circunferencia resulta ser igual a la suma de los 4 lados del cuadrado. Con dicha proporción (6/4=1,5) la medida de cada lado del cuadrado resulta ser igual a la medida de un radio y medio, o lo que es lo mismo, igual a la medida de las tres cuartas partes del diámetro.

5. Situando el compás sobre el punto medio del lado izquierdo del cuadrado y el vértice inferior del mismo, se señalan los dos puntos equidistantes. Situando la regla entre dichos puntos, se traza la línea que los une y se marca el punto medio que corresponde a la cuarta parte del lado del cuadrado.

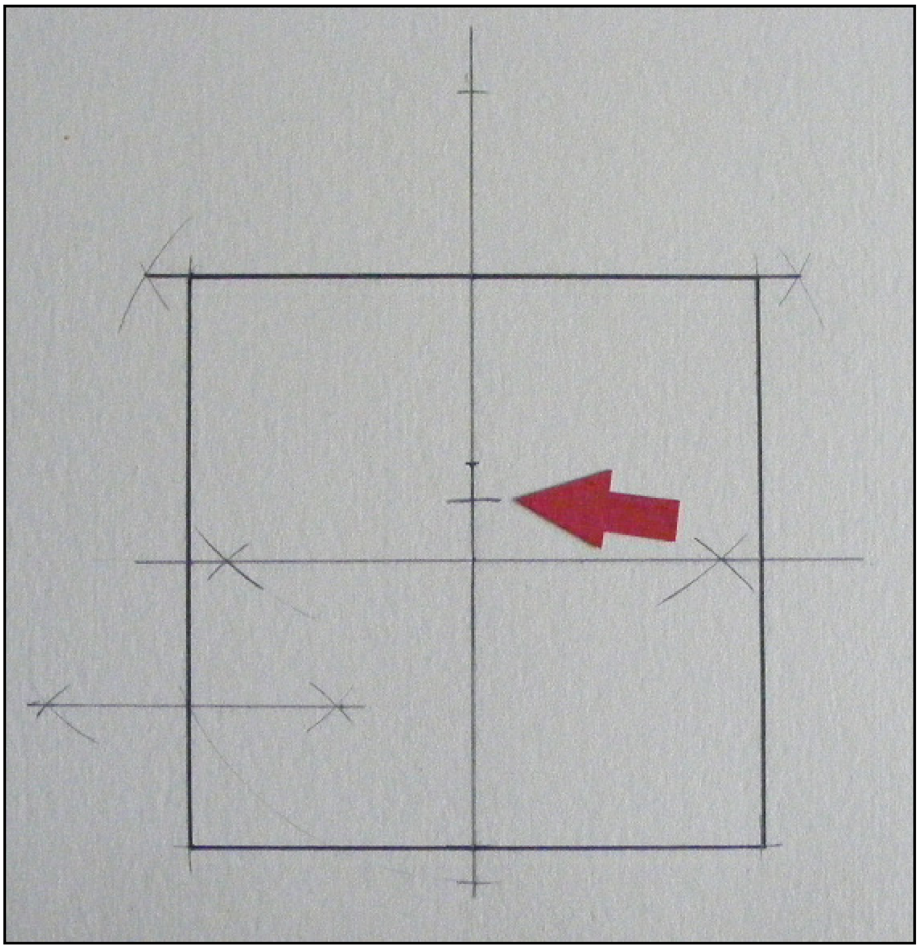
Situando el compás en el centro del cuadrado y tomando la distancia hasta dicho punto medio, se traslada esa medida hasta la parte inferior de la línea vertical, marcando sobre ella un nuevo punto de referencia.



En el dibujo original, Leonardo coloca esta marca justo en el punto central de una línea paralela al lado inferior del cuadrado, que tiene su misma medida, y en la que además, aparecen señaladas unas marcas en sus dos extremos, con una serie de pequeñas divisiones iguales, que sugieren ser marcas para mediciones. Sin embargo, el verdadero objeto de la mencionada línea inferior, no es otro que el de dejar constancia en el dibujo de esa marca utilizada como referencia.

6. Con el compás se toma la misma medida de la mitad de la línea inicial (un radio) y se sitúa en el punto inferior señalado, trasladando dicha medida de nuevo sobre la línea vertical y marcando un nuevo punto de referencia.

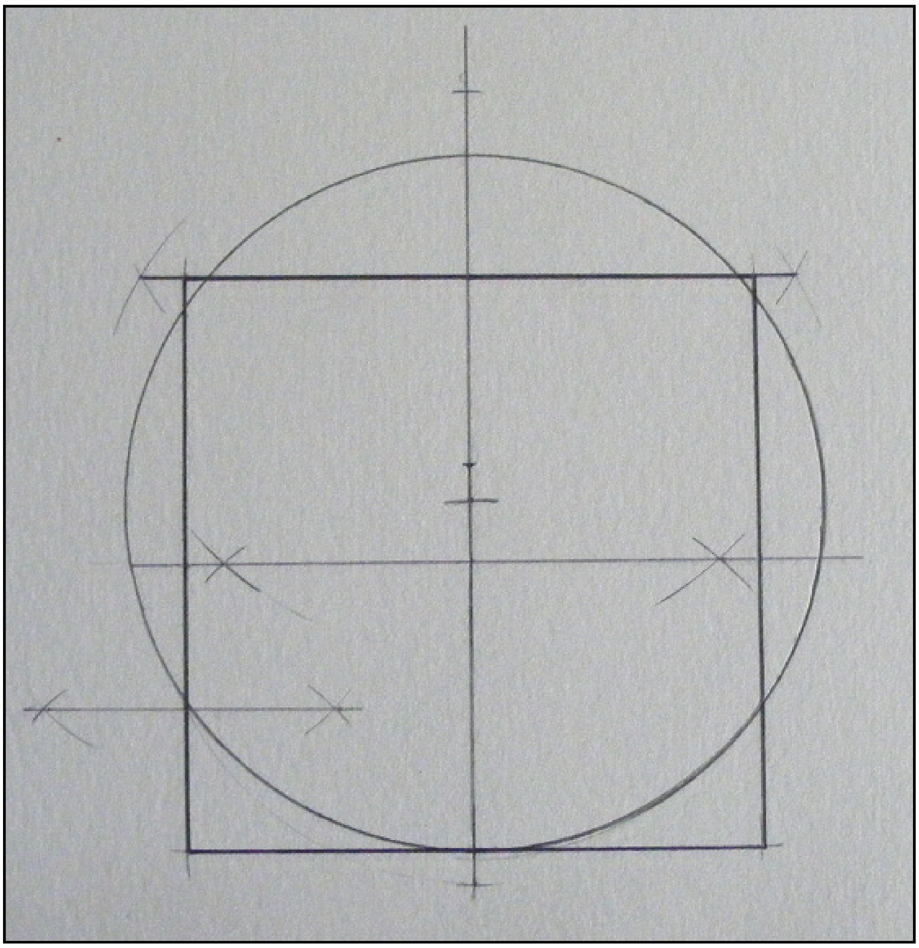
La distancia desde el centro de la línea inicial hasta el punto medio del lado inferior del cuadrado, es igual a la distancia entre los dos últimos puntos de referencia.



Con esta operación hemos obtenido un punto de referencia que transmite las proporciones existentes entre las medidas del radio de una circunferencia y el lado de un cuadrado.

7. Situando el compás en el punto marcado y tomando como radio la medida hasta la mitad del lado inferior del cuadrado, se traza una circunferencia que se corta con el cuadrado en seis puntos diferentes, de los cuales cuatro son los que marcan las nuevas referencias.

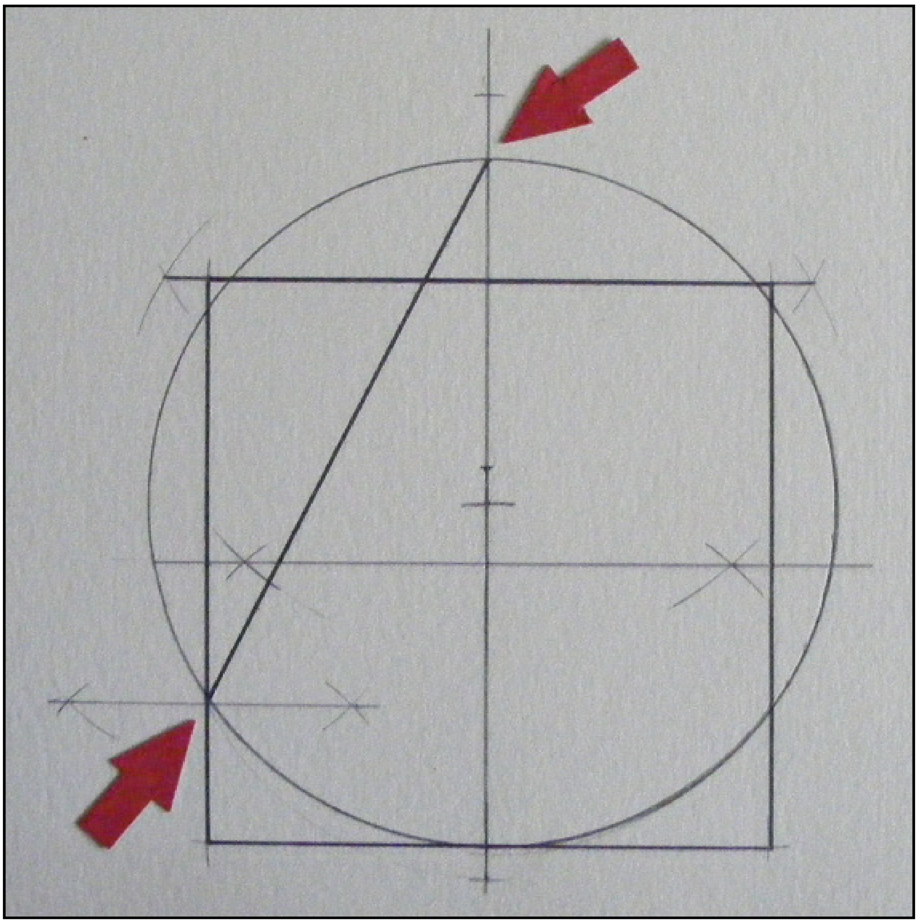
Los dos situados en el lado izquierdo y los dos en el lado derecho.



Hasta aquí, hemos trazado las dos figuras geométricas que son, en proporción, idénticas a las del dibujo tal como lo realizó Leonardo.

A partir de aquí solo resta completar la parte oculta, aquella que nos muestra cómo se ha de resolver el problema de la cuadratura del círculo y cuyo trazado continúa en las siguientes imágenes.

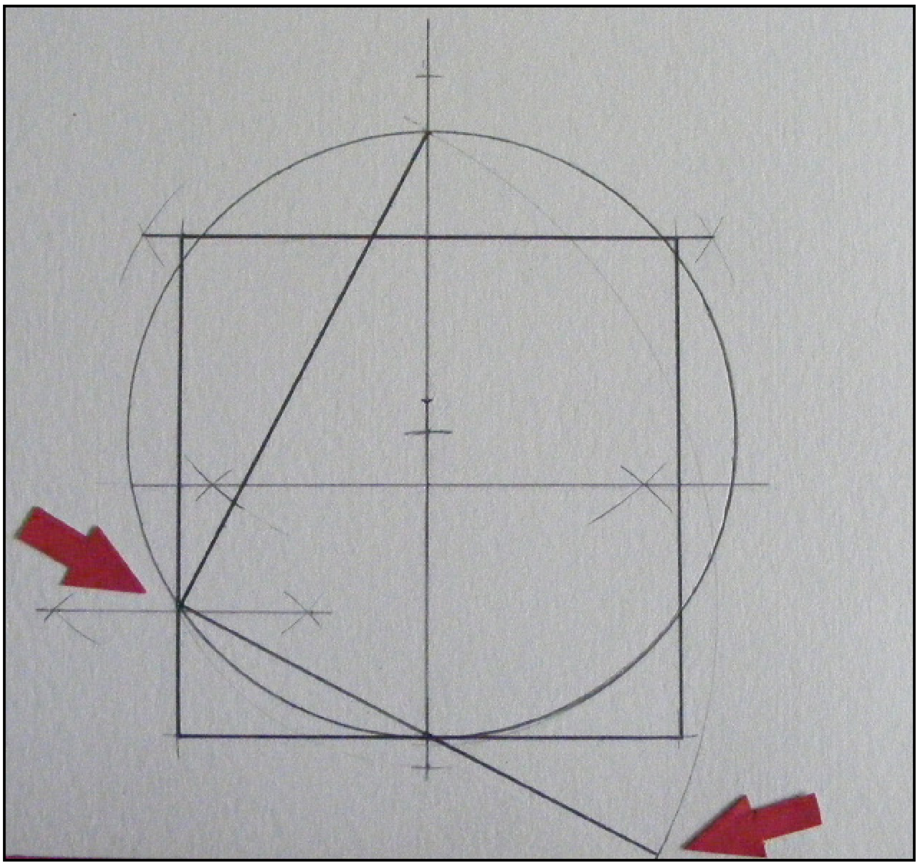
8. Situando la regla entre el punto superior del eje vertical y el punto donde el lado inferior izquierdo del cuadrado se corta con el círculo, se traza la línea que une ambos puntos.



Esta línea será el primer lado del cuadrado.

9. Situando la regla entre el extremo inferior de esa línea y el punto inferior del eje vertical, se traza una segunda línea prolongada más allá de este punto.

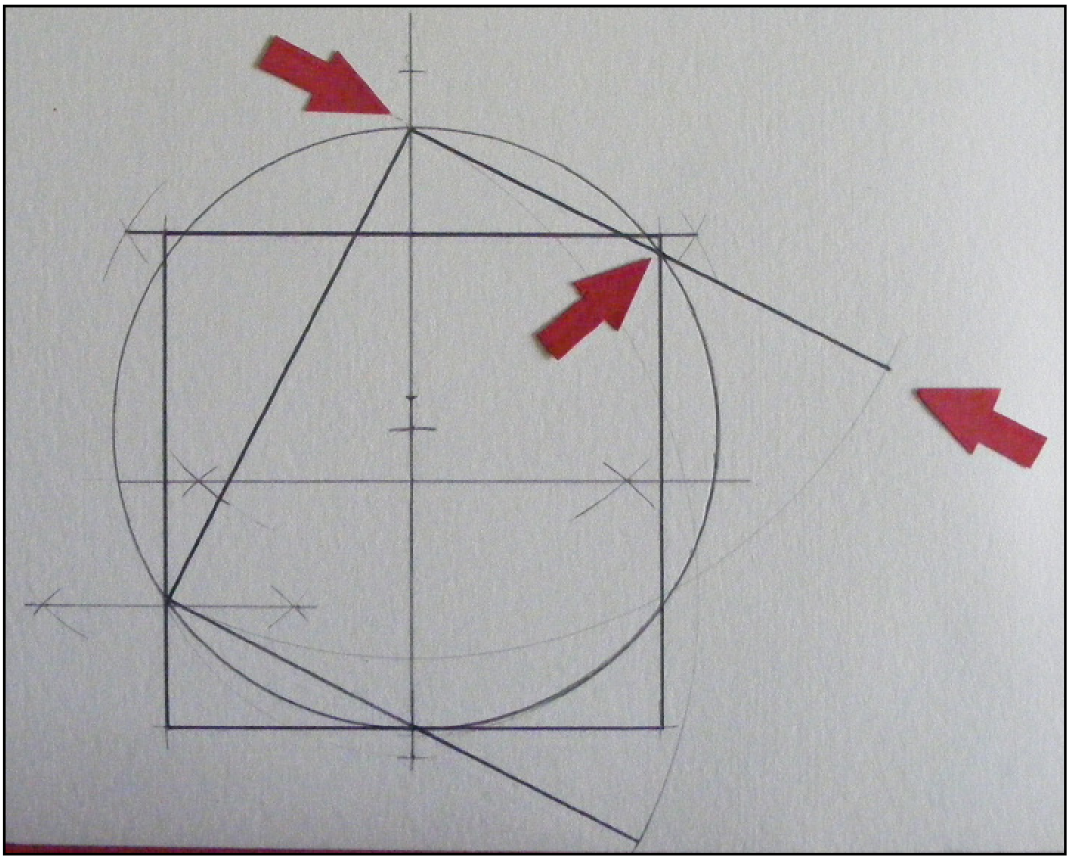
Con el compás situado en el vértice que forman ambas líneas, se toma la medida de la primera línea, y traslada a la segunda, marcando sobre ella exactamente la misma medida.



Ya tenemos los dos primeros lados del cuadrado.

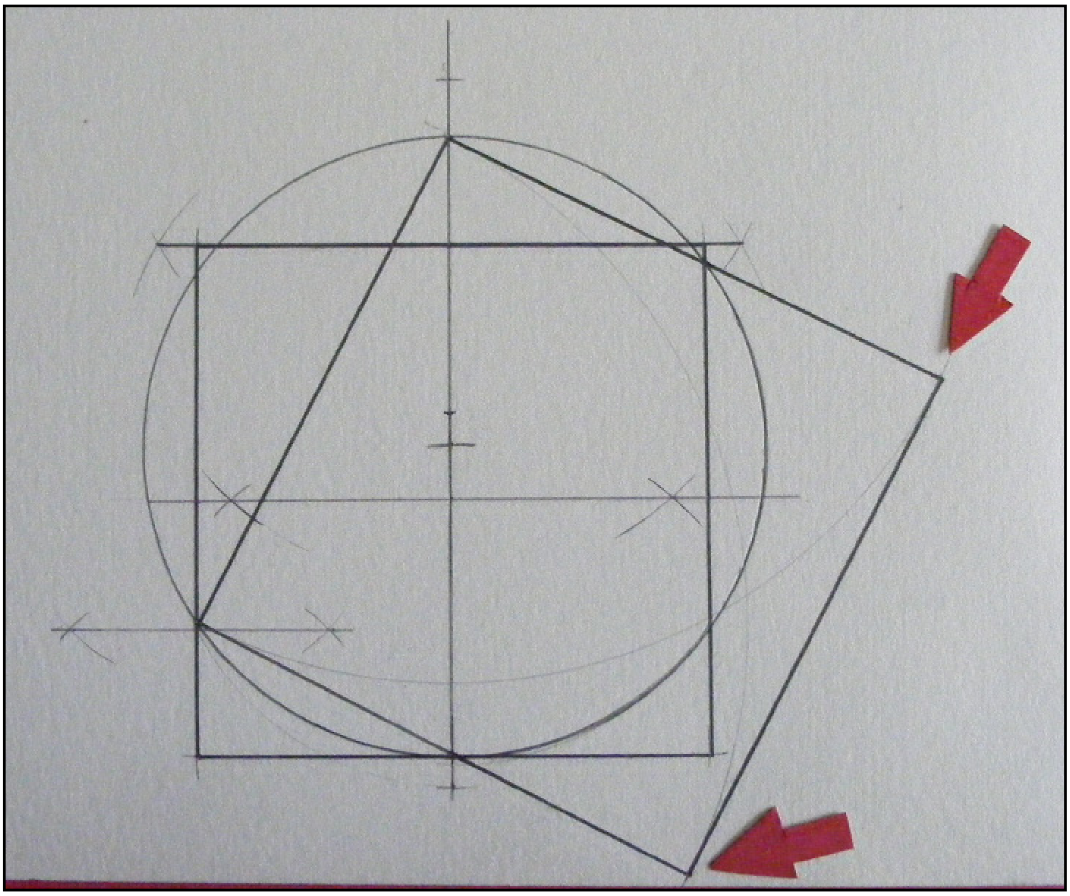
10. Situando el compás entre el punto superior del eje vertical y el punto superior donde el lado derecho del cuadrado se corta con el círculo, se traza una tercera línea prolongándola.

Situando el compás sobre el vértice de ambas líneas con la medida tomada de la primera línea se traslada marcando sobre ella exactamente la misma medida.



Ya tenemos el tercer lado del cuadrado.

11. Finalmente, situando la regla entre los dos puntos extremos de las líneas segunda y tercera, se traza la línea que cierra y completa el cuadrado.



El cuadrado final es el resultado oculto de un conocimiento que debió significar la principal razón por la que Leonardo realizó este dibujo.

Como hemos podido comprobar a través de algunas referencias, que afirman que Leonardo estaba obsesionado con este problema y por el que realizó numerosos dibujos, de los cuales no existe ninguna constancia. Tan sólo un dibujo que resulta ser el que aglutina toda la enseñanza que permite comprender el método que debe utilizarse para trazar el cuadrado que da solución al problema de la cuadratura del círculo.

Un conocimiento que ha permanecido oculto durante milenios a los ojos de los profanos y que únicamente habrían conocido aquellas personas del mundo de la cultura y la ciencia, que formaran parte de determinadas sociedades secretas, que lo habrían guardado celosamente, ya que formaría parte de esos conocimientos sagrados que se van transmitiendo entre aquellas personas conocidas con el nombre de "iniciados".

Quién quiera que lo desee puede comprobar la exactitud del trazado que se ha ejecutado, verificando las proporciones señaladas, para lo cual sólo es necesario utilizar una copia del dibujo de Vitruvio y un compás.

Para verificar la primera proporción, se sitúa un extremo del compás en el punto que marca el ombligo de la figura humana (el centro del círculo), y el otro extremo en el punto central marcado sobre la línea situada bajo el lado inferior del cuadrado, paralela al mismo. A continuación, con esa medida, se sitúa el compás sobre un vértice del cuadrado y se hace una marca en uno de los lados. Esa marca señala la medida de los dos tercios del lado.

Para verificar la segunda proporción, se sitúa un extremo del compás en el punto que marca el pubis de la figura humana (el centro del cuadrado), y el otro extremo en el mismo punto central marcado en la línea situada bajo el lado inferior del cuadrado. A continuación, se traslada esa medida hasta cortar uno de los lados. Esa marca señala la medida de cuarta parte del lado.

Es importante destacar que el dibujo se ha realizado con una regla sin graduar, que se utiliza exclusivamente para trazar las líneas rectas entre dos puntos marcados previamente, y con un compás que se utiliza para marcar los puntos de referencia, para tomar las distancias o las mediciones entre dos puntos, para trasladar las medidas de unas líneas a otras, y para comparar las diferentes proporciones.

Como se ha podido comprobar en la serie de fotografías, es posible resolver este problema, pero fundamentalmente si se tiene el conocimiento del método que ha se ha de seguir en el trazado del cuadrado. Y ese método es el que Leonardo da Vinci dejó en un dibujo genial como es *El hombre de Vitruvio.*

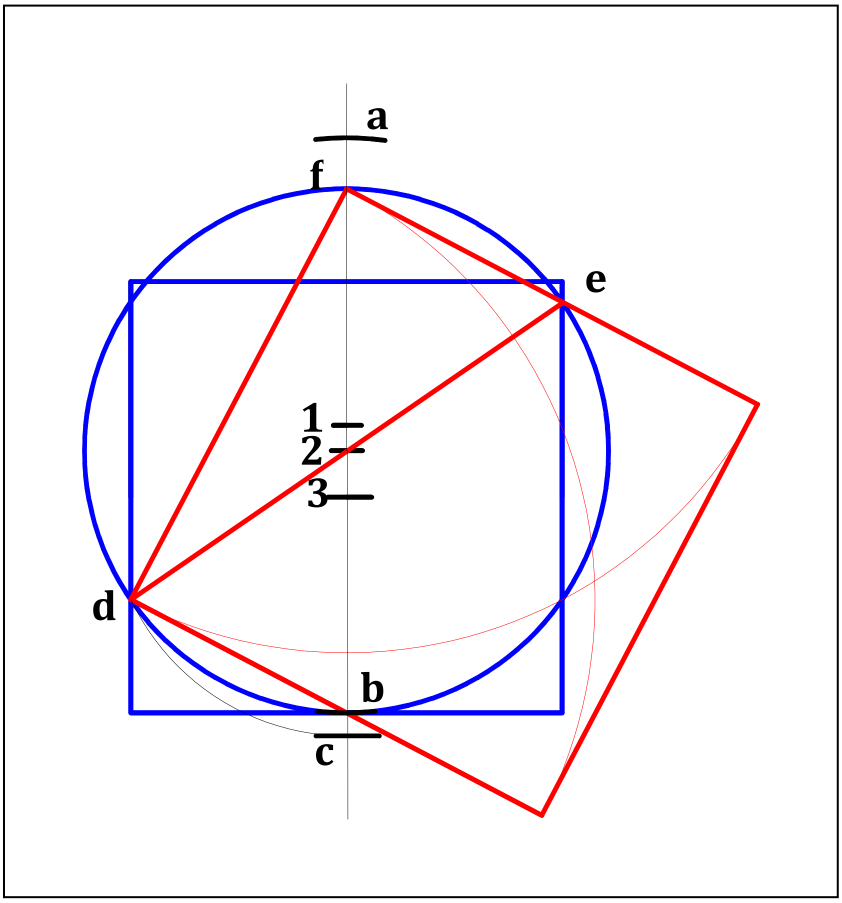
El dibujo trazado con un ordenador.

Difícilmente pudo haber imaginado Leonardo da Vinci, dando por hecho que poseía de una extraordinaria imaginación, que en un futuro lejano, el compás y la regla serían sustituidos por otras herramientas que iban a proporcionar una mayor perfección en la realización de los dibujos, y además, obtener con gran precisión las medidas y los datos para la realización de los cálculos.

Hemos de reconocer que sería mucho más difícil de imaginar esto mismo, para otras personas menos instruidas y capacitadas que él, incluidas muchas de las personas que, aun hoy, seguimos conociendo nuevos avances tecnológicos de los que hace tan solo unas pocas décadas ni siquiera podíamos imaginar.

La informática nos ha abierto las puertas hacia una nueva dimensión: La realidad virtual. La posibilidad de realizar el mismo dibujo con un ordenador, obtener las diferentes medidas con gran precisión y hacer los cálculos con muchos números decimales, nos va a permitir sacar nuevas conclusiones que con los dibujos hechos manualmente resultaría imposible.

Para ello, y siguiendo los mismos pasos que los mostrados en la serie de fotografías que hemos visto, se ha realizado el mismo trazado con un programa de dibujo por ordenador.



El dibujo realizado con un ordenador

Detalle de los puntos del dibujo.

Punto 1. Es el centro de la línea inicial (a-b), dividida por dos radios (1-a) y (1-b).

Punto 2. Es el centro de la circunferencia final obtenida, cuyo radio es (2-b) y con cuya medida se calcula la superficie del círculo.

Punto 3. Es el centro del cuadrado original utilizado como referencia para obtener la circunferencia. La medida de sus lados es igual a las ¾ partes de la línea inicial.

Punto a. Es el primer punto de referencia sobre la línea inicial.

Punto b. Es el segundo punto de referencia sobre la línea inicial y es el punto de referencia para obtener el radio del círculo.

Punto c. Es el punto al que se traslada la medida de referencia entre el centro del cuadrado y el punto que divide el lado izquierdo en 4 partes iguales.

Punto d. Es el punto donde el círculo se corta con la parte inferior del lado izquierdo del cuadrado.

Punto e. Es el punto donde el círculo se corta con la parte superior del lado derecho del cuadrado.

Punto f. Es el punto donde el círculo se corta con la línea inicial.

Las medidas del dibujo y los cálculos.

El siguiente cuadro recoge las medidas que se han obtenido del dibujo y los cálculos que se han realizado.

Dibujo de Leonardo da Vinci	Medidas en milímetros
Lado del cuadrado	271,2448
Radio de la circunferencia	153,1567
Valor de PI	3,141593
Superficie del cuadrado	73.573,7415
Superficie del círculo	73.692,2596
Diferencia de las superficies	-118,5180
Lado del cuadrado exacto	271,4632
Diferencia longitud lado	-0,2184
Porcentaje de error diferencia de superficies	-0,16%

El círculo que se ha obtenido con el ejemplo, cuya circunferencia inicial se ha trazado al azar, tiene un radio que mide unos 15,3 centímetros, y el lado del cuadrado final resultante tiene una medida de unos 27,12 centímetros.

Uno de los datos que hemos de resaltar es la medida del “lado del cuadrado exacto” que ha sido calculada como la raíz cuadrada del dato de la superficie del círculo. Dicha medida es de 271,4632 milímetros,

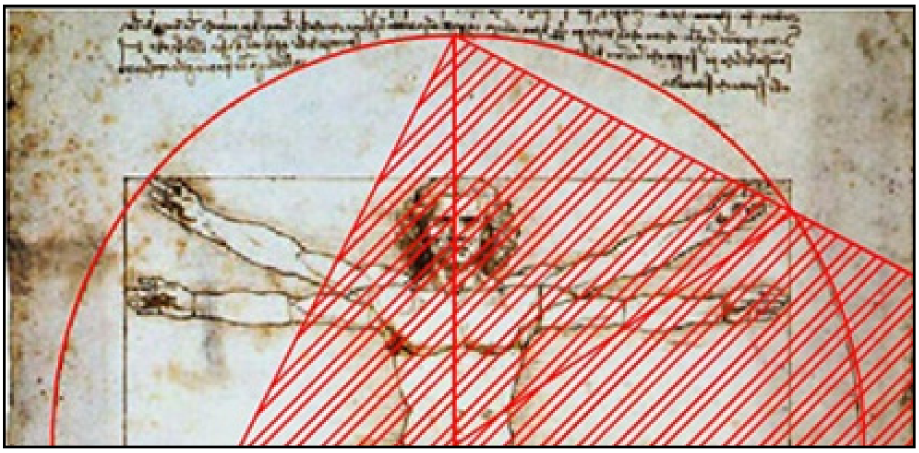
Si comparamos las medidas del lado obtenido con el dibujo (271,2448 mm.) y esa medida exacta calculada, vemos que hay una diferencia de tan solo 0,2184 milímetros. Apenas poco más de 2 décimas de milímetro, menor que la medida calculada como exacta. Una diferencia que resulta inapreciable a simple vista, e imposible de detectar con una regla convencional.

Este ejemplo, y por tanto el dibujo original de Leonardo, resultan ser una aproximación a la solución exacta de la cuadratura del círculo, ya que tiene solo un porcentaje de error de un -0,16% por defecto, en la diferencia de las superficies calculadas respecto de la superficie del círculo.

La diferencia de las superficies calculadas da como resultado la diferencia de unos 118 milímetros cuadrados, significativamente grande como para considerar que el dibujo fuera la solución con la que Leonardo creyó que resolvía el problema. Sin embargo, y aunque “los números no cuadren”, se puede valorar que el dibujo de *El Hombre de Vitruvio*, además de ser genial e imaginativo, da un resultado de tal aproximación, que podría ser considerado como esa solución.

De cualquier forma, la afirmación de que esta no es la solución exacta, solo se puede realizar basada en un único argumento, y es el de que se ha utilizado un programa de dibujo informático para trazar el mismo dibujo.

El símbolo de *El Hombre de Vitruvio.*



El Hombre de Vitruvio **es un símbolo de la Geometría**

El dibujo de El Hombre de Vitruvio es la representación de un símbolo, puesto que contiene en su significado un conocimiento de la Geometría, que Leonardo da Vinci transmitió con una intención de mantener oculto dicho conocimiento, lejos del alcance de los profanos, al igual que hicieron otros muchos artistas y arquitectos, que utilizaron muy diversos símbolos y formas para transmitir ese tipo de conocimientos a los que únicamente pueden acceder personas iniciadas y el compromiso de seguir manteniendo esa reserva, y que, como veremos, forman parte consustancial de numerosas obras arquitectónicas que fueron construidas por todas las culturas a lo largo de periodos que comprenden desde la Antigüedad y durante la Edad Media, de los cuales nos quedaron como una herencia un patrimonio de inestimable valor, como son las grandes maravillas arquitectónicas y artísticas de las citadas épocas.

Quienes pudieron tener acceso al conocimiento a este método de trazado de Leonardo da Vinci que puede resolver la cuadratura del círculo, sin duda que conocieron a la vez la dificultad de señalar la solución del problema. Ya que se trata de un problema que, ejecutado con dicho método, admite una multiplicidad de trazados diferentes que, al ser realizados con un compás y una regla, dan múltiples resultados aparentemente coincidentes, por lo que ante tantas soluciones posibles resulta imposible decantarse por una de ellas con absoluta seguridad. Quizás fue esta dificultad la razón por la que se determinó que, tanto ese método como esa imposibilidad, permanecieran ocultos entre los conocimientos que se divulgaron en materia de geometría.

Y el acceso a esos conocimientos, con toda probabilidad solo podría tener lugar dentro de sociedades secretas, a las que solo podían pertenecer personas destacadas, con una gran formación cultural, o por su profesión, y que hubieran tenido una preparación previa, que siempre han exigido ese tipo de sociedades, y siguen exigiendo incluso actualmente, ya que tienen estrictas reglas y formas para recibir y transmitir sus enseñanzas.

Es tan sólo una hipótesis, pero en lo que se refiere a los citados conocimientos, Leonardo da Vinci pudo haber sido uno de aquellos hombres destacados de su época, razón por la que pudo tener acceso al método que hemos mostrado con anterioridad, con el que, como hemos podido saber por algunas referencias, realizó numerosos trazados sin conseguir una solución que le fuera satisfactoria, hasta que ideó una forma de transmitirlo, manteniendo ese conocimiento en secreto, y a la vez seguir perpetuándolo para posteriores generaciones, aunque fuera en forma de enigma.

Y dentro de esa hipótesis, es donde tendría su explicación el enigmático y a la vez aparentemente burlesco dibujo de *El Hombre de Vitruvio*. Todo un compendio de enseñanzas referidas a la Geometría, reflejado en un dibujo, que tiene unas anotaciones que señalan una clara referencia a un destacado arquitecto de la antigüedad, como fue Marco Vitruvio Polión, para transmitir con él un conocimiento que ha seguido permaneciendo oculto durante varios siglos, y que de no haberlo realizado, sin duda que se habría perdido para siempre con la muerte de Leonardo, al haberse destruido esos múltiples y diferentes dibujos que, según las referencias que conocemos, realizó.

Es conocido que Leonardo perteneció a alguna de las sociedades ocultas de su época, probablemente a alguna logia de la masonería, por lo cual tuvo que respetar el juramento que ata a todos los miembros de ese tipo de sociedades, lo que le obligaba a guardar silencio de aquellos conocimientos que recibió dentro de esa sociedad, sobre geometría y arquitectura, aunque fueran de lo más elementales, pero que durante milenios fueron considerados sagrados por sus portadores.

Sea cual fuere la razón, parece claro que del propio dibujo parece deducirse que Leonardo conoció ese método para resolver el problema de la cuadratura. Por ello surgen una serie de preguntas sobre el motivo que le llevo a mostrar públicamente un solo dibujo:

¿Por qué Leonardo no hizo público ese conocimiento?

¿Encontró la solución por sus propios medios o tuvo acceso a información de otras culturas?

¿Era un secreto que se mantenía desde épocas antiguas?

¿Ese conocimiento era conocido por otros hombres eminentes desde la antigüedad?

Y seguramente muchas más.

No se puede descartar que el dibujo de El Hombre de Vitruvio pudiera contener otros secretos, o conocimientos ocultos, como por ejemplo la simbólica figura del octógono. Como ya hemos señalado, entre las posibles claves que aparecen en el dibujo, como son las anotaciones de las medidas o las marcas en diferentes partes del hombre desnudo, están las dos posiciones diferentes de los brazos y las piernas de la figura humana. Dichas posiciones podrían expresar también la representación de unos ejes imaginarios, que son coincidentes, tanto para el círculo como para el cuadrado: La posición de los brazos y las piernas en cruz representarían los dos ejes, el horizontal y el vertical. Y la posición de brazos y piernas en aspa, representarían los dos ejes transversales.

Si se dibujan dichos ejes sobre una circunferencia, ésta queda dividida en ocho partes iguales, por lo que dichas posiciones podrían estar sugiriendo la figura de un octógono. La sugerencia de una figura geométrica como el octógono, o la división de la circunferencia en ocho partes iguales, podría parecer elemental o incluso irrelevante, sino fuera porque dicha figura, al igual que la circunferencia, ha tenido una especial trascendencia en las construcciones arquitectónicas durante varios siglos, especialmente en las construcciones de carácter religioso.

¿Acaso puede tener la figura de un octógono algún otro significado más trascendente?

Existe una gran similitud y relación entre las fases y las proporciones que utilizó Leonardo para trazar las dos figuras geométricas del dibujo –tal como ya las hemos visto-, con las fases y las proporciones con las que se pueden trazar los esquemas o planos de numerosas pirámides de Egipto –como veremos más adelante-, en cuyo diseño, a partir de una circunferencia, los que las construyeron utilizaron un mismo método o patrón. Con una excepción: El diseño de la Gran Pirámide de Keops se obtiene a partir de una circunferencia y de su octógono, cuyo lado tiene la misma medida que el lado del cuadrado de la base de dicha pirámide, por lo que partiendo de la figura de un octógono se pueden obtener de forma proporcional todas las medidas de dicha pirámide: los lados, las aristas, las apotemas y la altura, tal como veremos más adelante.

Eugène Canseliet (1899-1982), discípulo de Fulcanelli, escribió en el prólogo de una de las primeras ediciones del libro *El Misterio de las catedrales,* el siguiente párrafo:

<Nos basta con saber que las maravillas de nuestra Edad Media contienen la misma verdad positiva, el mismo fondo científico, que las pirámides de Egipto, los templos de Grecia, las catacumbas romanas, las basílicas bizantinas>.

El octógono.

La figura del octógono es uno de los símbolos más profusamente utilizados en la geometría y en la arquitectura, del que la tradición apunta a unas raíces que se remontarían hasta los orígenes de las construcciones faraónicas de los egipcios, en las que las formas y las proporciones eran consideradas como conocimientos de carácter sagrado.

«Uno de los aspectos que más sorprende en el misterio de la orden templaria es la presencia de la figura octogonal en todas sus construcciones. Ermitas, iglesias y castillos repiten por toda Europa y en el Oriente cercano, no por casualidad, este elemento ornamental. La cruz que portaban los caballeros tenía también mucho que ver con esta figura geométrica.

El octógono, aparece muy relacionado con la Cruz templaria y el alfabeto hermético, que es sabido utilizaban en sus transacciones económicas y en sus comunicaciones internas. Algunos autores han dicho que el alfabeto debió serles inspirado durante su presencia en Palestina y otros han dicho que tales gráficos tenían un alcance talismánico o mágico. Lo más seguro es que tuviera un sentido criptográfico a la usanza de otras sociedades esotéricas medievales...

El uso de ese alfabeto secreto no puede ser entendido sin el empleo de una cruz especial que los caballeros templarios portaban siempre como alhaja, colgada de una cinta curiosamente roja. A esta cruz se la denominaba "de las ocho beatitudes" o "bienaventuranzas".

La cruz de ocho puntas, incluida en un polígono, producirá un octógono. Así pues, dicha cruz serviría como símbolo base para el trazado octogonal en la planta de las capillas templarias. En el plano arquitectónico, al signo mediador del ocho, los caballeros constructores añadían la significación central de la cruz, la Unidad, invisible en la construcción material pero sin la cual ésta no existiría.

A partir del asentamiento de la Orden del Temple en Jerusalén, en el Templo de Salomón y más concretamente en la mezquita de Omar o Cúpula de la Roca, Occidente retoma con pujanza el tipo de construcción poligonal y es la Orden del Temple la que, salvo contadas excepciones, construye estas curiosas edificaciones un poco por toda Europa.

El esquema constructivo octogonal, está claramente inspirado en la Cúpula de la Roca o Santuario de la Roca en Jerusalén. Este santuario islámico fue la primera iglesia de la Orden del Temple.

Para los musulmanes, el octógono, la estrella de ocho puntas, hace referencia a los cuatro profetas principales y a los cuatro ángeles mayores que sujetan el Trono de Dios. El Domo de la roca en Jerusalén es un edificio de ocho lados, en cuyo panel exterior hay una orla de octógonos estrellados inscritos en un círculo.

El grupo simbólico femenino del ocho podemos verlo vivo aún tanto en la arquitectura civil como en la religiosa. Muchísimos baptisterios, fuentes, pozos de claustros en iglesias y monasterios, y también de edificios civiles, han sido construidos en forma de cilindro poligonal de ocho lados. Podemos ver esta geometría repetida una y otra vez en los baños árabes, y también en diversas iglesias de planta octogonal (la Veracruz segoviana, Eunate y el Santo Sepulcro en Navarra, la Capilla Palatina, el Baptisterio de Milán, San Lorenzo Maggiore en Italia, etc.), así como en múltiples torres mudéjares o de esta influencia.

Con la superposición de los dos cuadrados, el de los cuatro elementos (agua, tierra, fuego y aire), junto a los cuatro humores y los cuatro estados de los elementos (frío, humedad, calor y sequedad), y haciéndolos girar, tendríamos de nuevo la geometría octogonal. >

http://www.esquinamagica.com/wikimagica/index.php?title=Octograma#La_Luna.2C_Venus_y_la_geometr.C3.ADa_del_8

Fuente templaria

Tomar. Portugal

Fuente árabe

Alhambra de Granada

Fuente romana

Museo romano de Mérida

De todo lo antedicho se puede apreciar, que desde los tiempos más remotos de la antigüedad y de forma especial durante la Edad Media, muchas construcciones y elementos decorativos relacionados con la arquitectura, están plagadas de símbolos que a su vez forman parte de las tradiciones y ritos que envuelven a las sociedades secretas, y que durante todos esos siglos se fueron transmitiendo como una tradición hermética y secreta que había que guardar bajo riguroso juramento.

Leonardo da Vinci, al igual que otros destacados personajes de su época, es seguro que formó parte de alguna sociedad secreta, en concreto se le relaciona con la masonería, por lo que no debe resultar aventurado suponer que en el dibujo de El Hombre de Vitruvio pudo representar algo más que una simple expresión artística, ya que recoge y refleja toda una simbología transmitida desde la antigüedad, con unos conocimientos que para los egipcios y los griegos significaron la base primordial de la Geometría.

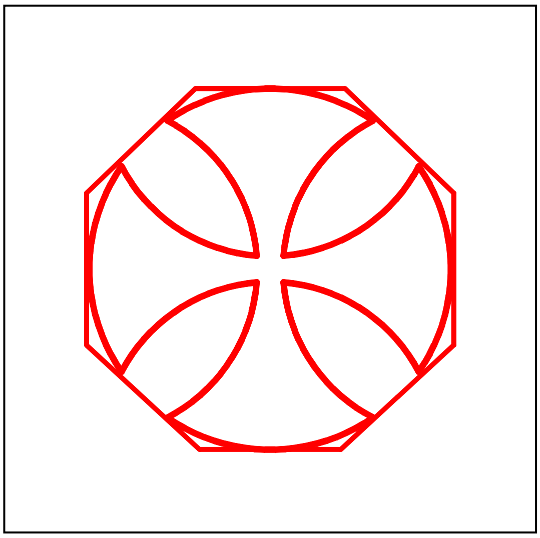
Las raíces de toda esta tradición apuntan y profundizan en la cultura egipcia, en la cual las principales construcciones tenían un componente ritual y religioso, basado en las creencias espirituales relacionadas con sus dioses y con la vida en el más allá. Y en aquella cultura, las construcciones que más destacan por su carácter espiritual y que tienen la consideración de más sagradas son las pirámides de Egipto, por lo que no debería extrañarnos que gran parte de la simbología geométrica más sagrada tenga relación, y quizás su origen, en esas primordiales construcciones.

La base de la pirámide de Keops la conforma un cuadrado cuyo lado se obtiene de la octava parte de la división de una circunferencia. Es decir, cada lado del cuadrado es igual al lado de un octógono regular que se forma con una circunferencia, a partir de la cual se trazan, además, todas y cada una de las líneas que conforman la pirámide, cuyas caras están formadas por cuatro triángulos.

Tenemos que considerar entonces, que son la circunferencia o el círculo, el triángulo, el cuadrado y el octógono, las figuras geométricas primigenias y sagradas, cuya simbología han constituido una parte sustancial en las construcciones de carácter religioso y espiritual, durante los siglos que nos preceden.

En una de las obras de Robert Bauval y Graham Hancock titulada *Talismán,* se recogen numerosas sugerencias sobre la existencia de una clara utilización de la figura del octógono como símbolo de conocidas sociedades secretas a lo largo de la historia: Los cátaros, templarios, rosacruces, masones, etc. Existe una coincidencia en todas estas sociedades, y es que sus creencias de carácter religioso, de una forma y otra, terminaron siendo consideradas como herejías por la Iglesia Católica, y por tanto perseguidas, en algún caso hasta su total desaparición. Y es que dichas creencias tenían también en común las mismas raíces, que se hundirían hasta lo más profundo de la sabiduría y filosofía de los antiguos sacerdotes egipcios, cuyos conocimientos siguen siendo considerados como la cuna de todas las civilizaciones, y que estarían recogidos en los conocidos como *textos herméticos* de Hermes Trismegisto.

A modo de ejemplo, uno de los símbolos que ponen de manifiesto la relación entre el octógono y una de esas sociedades secretas es la *cruz patada*, que identificaba a los *caballeros templarios*, y que está compuesto por una cruz de color rojo encuadrada dentro de un marco octogonal.



Cruz *patada* templaria

Probablemente adoptaron dicho símbolo por la relación que los templarios tenían con el templo de Salomón, a los que de alguna forma, fue la figura del octógono, la que inspiró para construir en Jerusalén la conocida como *Cúpula de la Roca* que tiene una estructura octogonal y está *deliberadamente alineada con los cuatro puntos cardinales: Norte, Sur, Este, Oeste*.

Templo de la Roca. Jerusalén

De esta forma, el significado arquitectónico del octógono sería el de un símbolo fundamental utilizado desde la antigua arquitectura egipcia, y cuya figura habría seguido siendo utilizada en la Antigüedad y en la Edad Media, y posteriormente por destacados arquitectos que, además, aparecen de una y otra forma relacionados con algunas de las citadas sociedades. Uno de esos conocidos arquitectos habría sido *Bernini* el cual construyó la famosa columnata que rodea la plaza situada delante de la basílica de San Pedro en el Vaticano, en Roma, cuyo diseño geométrico completa el suelo del espacio de la plaza con una elipse dividida en ocho partes, en forma octogonal y en cuyo centro se colocó un *obelisco egipcio* que fue traído desde la ciudad de Heliópolis, en la que se supone la existencia de un *Templo del Sol* del que el único resto que queda es otro obelisco erigido por el faraón Sesostris I.

Diseño octogonal en San Pedro Vaticano. Roma

Existen numerosas referencias que parecen relacionar este símbolo con sociedades ocultas o esotéricas, especialmente con la *Masonería.* De hecho las raíces de la masonería se hunden en los conocimientos del antiguo Egipto, personalizados en la figura de *Hermes Trismegisto.* Y entre los conocimientos que forman parte de sus ritos y símbolos se encuentra la Geometría, ciencia que pudo ser el origen o el fundamento de dichas sociedades masónicas.

Como una pequeña muestra de todas estas referencias, se recogen a continuación una serie de citas sobre la masonería que, aunque sea de forma muy superficial, nos han de servir para comprender la perfecta sintonía que existe entre los principales símbolos que forman parte de sus ritos, siempre relacionados con la geometría, y las figuras del círculo y del cuadrado simbolizadas en el dibujo de *El Hombre de Vitruvio*.

La masonería.

Con el término francés *maçón o masón,* se identificaba a los albañiles, a los canteros, a los talladores de piedras, es decir, a todos aquellos oficios relacionados con la arquitectura y la construcción. Desde la Antigüedad y en la Edad Media surgieron hermandades que agrupaban a los diferentes gremios de dichos oficios y que eran conocidas como *la masonería*.

Sobre los orígenes de la masonería, existen distintas hipótesis y opiniones, aunque casi todas las relacionan con leyendas templarias, especulaciones herméticas y las más diversas corrientes esotéricas.

«De lo que ya no hay duda es de que las catedrales góticas construidas en Europa durante la Edad Media fueron obra de masones agrupados gremialmente en logias, lo que se ha denominado Masonería Operativa. Estos masones (que si bien eran en general hombres, hubo casos de membresía femenina), utilizaban los instrumentos de construcción para el uso normal a que estaban destinados, les daban una interpretación simbólica de carácter esotérica, moral, ética y espiritual.

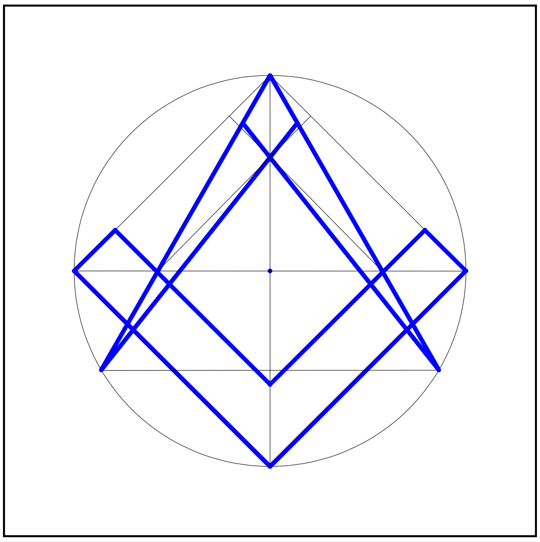
Estos gremios operativos tenían una organización gradual; manejaban conocimientos científicos y tecnológicos avanzados, que guardaban en el mayor secreto; tenían medios de reconocimiento igualmente secretos; practicaban la fraternidad, y mantenían reuniones reservadas en las logias, en las que ejercían la libertad de pensamiento y expresión.

No todos los gremios de masones operativos eran iguales, ya que el país en que vivían influía fuertemente en sus características particulares y diferenciadoras. Esto hizo que, desde la propia Edad Media, se fuese gestando un desarrollo diferente de lo que posteriormente serían los distintos ritos y costumbres masónicas de la llamada masonería especulativa.

Así, al grado de Maestro se le consideraba el grado supremo y se le suponía un nivel elevado de conocimiento en cuestiones como la geometría, la utilización de la escuadra y el compás, del cuadrado y del triángulo, y de la aritmética, además de ser iniciado en el símbolo y capacitado para la enseñanza».

«De esta forma, por la buena ciencia de la geometría, comenzó el oficio de la masonería, así fundó el clérigo Euclides este oficio de geometría en tierras de Egipto, en Egipto a todos lo enseñó y en distintos países de todas partes».

El cuadrado es uno de los símbolos de la masonería; en su definición se le describe como *"la expresión geométrica del número cuatro, y supone el resultado de la unión de dos triángulos rectángulos (o dos escuadras). Para los masones, es símbolo del equilibrio estable y de la armonía. También representa lo terrero y lo medible. Puede aparecer inscrito en un círculo, en cuyo caso simboliza la relación existente entre lo terrestre y lo celeste o transcendente".*



La escuadra y el compás.
Símbolos de la masonería

La masonería tomó forma entre los antiguos gremios de canteros y albañiles en la Europa del gótico medieval. Los Maestros de Obra de las catedrales góticas, cuando superaban los exámenes que les otorgaban el acceso a esa categoría, recibían como símbolos, además del título correspondiente, *un compás, una escuadra y un mandil.* Son esos mismos símbolos los que tradicionalmente siguen recibiendo los miembros que acceden al grado de Maestro dentro de las logias relacionadas con la masonería.

Algunos autores relatan que son varios los posibles orígenes de la masonería, unos atribuyen el origen a la época en que se realizó la construcción del templo de Salomón, otros que serían los masones "templarios" cuyo origen estaría en las Cruzadas, otros sugieren que los misterios de Egipto y Persia habrían influido en los ritos masónicos... Por ejemplo, la línea de la masonería escocesa sostiene su idea acerca de la descendencia de la misma de los antiguos miembros de la Orden del Temple.

*«El arquitecto **Hiram Abriff** es un símbolo de los masones. Este personaje es el maestro de los maestros, y su historia, derivada de la construcción del Templo de Salomón, se considera el mito propio fundamental de la masonería».*

Sobre algunos referentes históricos que se remontan a épocas más antiguas, el escritor J. Schaurer publicó en el año 1861 unas teorías con las que trataba de probar una conexión existente entre la Masonería y los colegios o gremios de los obreros romanos y la de estos con las escuelas de Artes y Oficios y con los misterios de Grecia y Egipto. Como se puede apreciar, son muchos los referentes históricos que apuntan a los constructores y sacerdotes egipcios. Las enseñanzas que estos impartían, estaban vedadas a los no iniciados, y algunas de las cuales, concretamente las de Arquitectura y Geometría, sólo eran transmitidas en secreto entre los propios constructores.

«Entre los albañiles medievales no solo se seguían y respetaban las costumbres tradicionales, sino que además recibían una enseñanza secreta de la arquitectura basada en símbolos y en una cierta mística de los números que aplicaban a los proyectos y trabajos de la construcción.

Los maestros de obra de la Edad Media, no olvidaron nunca las reglas de oro de los constructores egipcios, sin las que probablemente no hubiera sido posible la armonía arquitectónica».

En 1805 en Italia aparece la Orden bajo el nombre de Rito Egipcio o Judaico, mejor conocido con el nombre de Mizraim. Esta rama de la masonería dice remontarse desde Adán mismo, pero sería únicamente en el sentido de que el rito fuese depositario de ciertos misterios de Egipto y por este medio hubiese recibido las enseñanzas iniciáticas de la más alta antigüedad.

La masonería en Estados Unidos.

La masonería en Estados Unidos de América, durante el siglo XVIII tuvo entre sus representantes más eminentes a destacados personajes como George Washington y Benjamin Franklin, que fueron los líderes independentistas y revolucionarios que llevaron a esa nación a la independencia y al establecimiento de un sistema democrático basado en los ideales masones. Una muestra de esa relación e influencia que tuvieron los citados dirigentes políticos con la masonería aparece en un símbolo claramente masón, que constituye el reverso del Gran Sello de los Estados Unidos, que figura en las monedas y billetes de dólares estadounidenses, y en cuya representación aparece de forma muy significativa la figura de una pirámide con un triángulo en la cúspide.

Gran Sello de Estados Unidos

Algunos rituales y símbolos de la Masonería.

«La logia debe estar formada como mínimo por dos habitáculos en forma cúbica; las habitaciones pueden tener también una disposición más amplia en su longitud que en su anchura, siempre que estén orientadas de Oriente a Occidente.

Al traspasar la puerta exterior debe existir un vestíbulo donde se ha de encontrar la verdadera puerta de la logia, situada en una orientación que también puede ser simbólica próxima a noroeste. En su interior, todos los miembros deben estar dispuestos en asientos distribuidos junto a las paredes del Norte, Sur y Oeste. El Oriente es el lugar de honor. Allí los maestros y presidentes toman su asiento. El suelo ha de estar ajedrezado y dispuesto en cuadrículas blancas y negras. Mientras, en el techo ha de estar suspendido un emblema de la letra «G» procedente de la masonería operativa y símbolo del nombre de Dios –God en inglés- aunque hay quienes la consideran como la primera letra de la palabra "Geometría".

Sobre el estrado se coloca, en el centro, la cátedra del Venerable Maestro, presidente de la logia, que tiene delante un pedestal bajo en forma de columna jónica con el emblema del Maestro – la escuadra- grabado delante. Sobre el pedestal descansa un cojín en que se halla una Biblia junto a una escuadra y un compás, una y otra de plata o plateados; un mallete o martillo de desbastar, una tabla de resonancia, una caja de herramientas y una columna jónica. La escuadra y el compás son símbolos del equilibrio y la rectitud».

La mayoría de las referencias que se citan, han sido tomadas de la obra de Miguel Martín-Albo, *LA MASONERÍA, Una hermandad de carácter secreto,* publicada en 2007.

El compás y la escuadra.

«El compás y la escuadra representan dos estructuras distintas y contradictorias: el cuadrado y el círculo. La escuadra es el instrumento a través del cual se trazan y delimitan todas las estructuras posibles del mundo material: cuadrados, rectángulos y líneas rectas; mientras que el compás delimita el círculo, representación máxima de lo Absoluto, de aquello que tiene principio y fin en sí mismo. Por tanto la escuadra representaría la tierra y el compás, el cielo».

Estos símbolos, la escuadra y el compás, así como otros emblemas pertenecientes a los gremios de la construcción y de la arquitectura, reflejan una clara connotación masónica, y con ello la presencia de la masonería en la construcción de numerosas catedrales y otros edificios religiosos en las que tomaron parte los miembros de estas logias o asociaciones. Por ejemplo, aparecen grabadas escuadras de albañil y compases, en la escalera dorada de la catedral gótica de Burgos.

Escalera dorada
Catedral de Burgos

«El compás tal vez sea el símbolo más vinculado a la masonería desde sus orígenes. Es el elemento que simboliza la búsqueda de la espiritualidad, transcendiendo el plano físico. El compás, asociado a la escuadra y a la regla, como símbolo de lo relativo no en el tiempo sino en el espacio, ya que circunscribe la línea derecha en un espacio limitado».

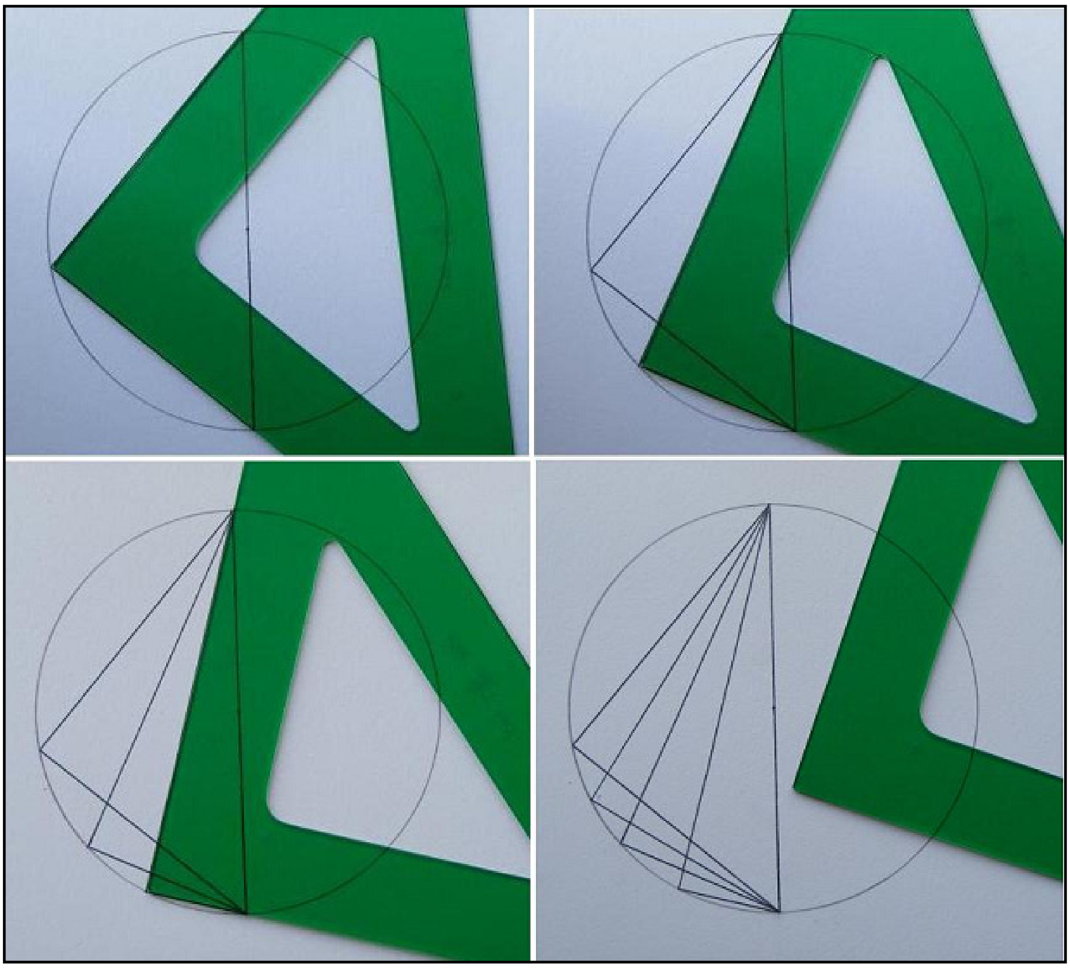
El compás

«El compás es un símbolo esotérico para muchas sociedades secretas. Esto es lo que expresa el compás, cuyos brazos sirven no sólo para indicar la medida proporcional de las distancias que hay entre dos puntos y su comparación, sino también para el trazado geométrico perfecto de la circunferencia, imagen del ciclo hermético y de la Obra cumplida».

Fulcanelli. Las moradas filosofales.

A modo de curiosidad hemos de comentar un detalle muy elemental para ver que con el compás y una escuadra se puede llegar a comprender fácilmente cómo, a partir de una circunferencia y uno de sus ejes, se pueden llegar a trazar un sinfín de triángulos rectángulos diferentes. El método es muy sencillo.

Se dibuja una circunferencia y un eje que pasa por el centro. Se toma la escuadra y se sitúan cada uno de sus dos lados sobre los puntos extremos de dicho eje. Sea cual sea la posición en que se coloque la escuadra, su vértice siempre toca en un punto del perímetro circular. Si se marcan las dos líneas rectas que señalan la escuadra, siempre quedará dibujado sobre el círculo un triángulo rectángulo. Sea cual sea la posición en que se sitúe la escuadra.



Con una escuadra se forman múltiples triángulos rectángulos entre un eje y el perímetro circular

Se puede plantear como una hipótesis posible que esta curiosidad geométrica aplicable a la escuadra, fuera conocida desde la antigüedad por los antiguos constructores egipcios, por los maestros de obra y por los arquitectos durante la Edad Media, y quién sabe, quizás fuera éste uno de esos conocimientos ocultos que se trasmitían los miembros dentro de las logias o sociedades masónicas.

Leonardo da Vinci y la masonería.

«Leonardo da Vinci era miembro activo del Gremio de los Pintores de Florencia y por tanto parece razonable colegir que perteneció a la Masonería Operativa. En las Ciudades Repúblicas del norte de Italia, los hombres del saber y de las artes gozaban de la especial protección de los gobernantes y esto dio oportunidad a la fundación de Academias humanistas y de investigación, en contraposición a las viejas Universidades, fundadas por el clero, en las que dominaban los conceptos escolásticos».

«Francmasones son los masones libres, que rechazan toda idea dogmática y aceptan los principios fundamentales de los masones operativos que les sirvieron para estructurar la Francmasonería Progresista Primitiva, que nació como un fenómeno social en 1517 bajó la dirección de un grupo de hombres de ciencia y de las artes de la construcción, encabezados por Leonardo da Vinci, Americo Vespucio y Paolo Toscanelli, que combatieron la teología y cultivaron la filosofía, teniendo como arma la verdad científicamente demostrada; lucharon por la democracia, fundaron el régimen republicano abatiendo la monarquía y la teocracia y en la actualidad luchan por la democracia, la paz y el progreso del género humano, y por la fraternidad, la cooperación y la solidaridad entre todos los hombres».

«Los tradicionales talleres-escuelas laicos, como el de Andrea de Verrochio, en el que se habían educado Leonardo da Vinci, Américo Vespucio, Pedro Sorderi, etc., ya no eran adecuados para llenar esta necesidad, toda vez que la amplitud de los conocimientos a que había llegado el Renacimiento en los diferentes campos de las Ciencias, exigía la presencia de especialistas en cada uno de ellos.

Como consecuencia de esta situación, el Gremio de Constructores y artistas florentinos (Masonería operativa) se vio abocado a resolverla, encomendando su estudio al sabio Pablo Toscanelli, conservador de la biblioteca de Niccolo de Niccoli, en colaboración con Leonardo de Vinci, artista y hombre de ciencia, perteneciente al Gremio, y Américo Vespucio, navegante, cosmógrafo y cartógrafo notable.

Estos tres hombres concibieron la idea de la formación de una Academia, integrada por personas capacitadas en diferentes ramas del saber, con el fin de ilustrarse mutuamente por medio de intercambio de conocimientos y prácticas, en presencia de los jóvenes estudiosos que deseaban adquirir una preparación superior, método de enseñanza práctica, dada la escasez de manuscritos, pues estaban escritos en lengua latina, griega, árabe, etc., no accesibles más que a unos cuantos hombres ilustrados de entonces».

http://masones.blogia.com/2006/050601-logias-lautarinas-y-francmasoneria-progresista-1-.php

2

SIMBOLOGÍA

«El lenguaje de los símbolos es el lenguaje de los pueblos que nacen; a medida que los pueblos envejecen, deja de ser comprendido».

No está entre los objetivos de este libro el analizar las costumbres, los ritos, las reglas, o los secretos que forman parte consustancial de las sociedades secretas que, como las que se han descrito en las citas anteriores, han existido desde tiempos remotos, ya que resultaría prolijo el intentar comentar, aunque fuera brevemente, la información y la historia de cualquiera de estas sociedades. De las referencias que se han citado en relación con esta clase de sociedades, lo único que realmente tiene una significación interesante para el objetivo de este libro, son aquellos símbolos que comportan una parte consustancial de todas ellas.

Y es que durante siglos, en la planificación y construcción de la mayoría de edificaciones singulares, sus promotores o constructores no dudaron en dejar una impronta personal, reflejando en ellas todos sus conocimientos o creencias, mediante la utilización de símbolos y formas con evidentes significaciones, en unos casos de sencilla interpretación y en otros manteniendo el ocultismo fuera del alcance de los profanos. Y nos referimos tanto a aquellos símbolos de carácter marcadamente religioso, como son la representación con estatuas de los personajes de la Biblia que pueblan los pórticos de las catedrales góticas, como a aquellos símbolos de carácter geométrico que adornan profusamente las fachadas de los edificios islámicos o mudéjares.

Los símbolos religiosos y los geométricos, por ejemplo, reflejan de una forma directa y marcada la intencionalidad que perseguían sus promotores o los que costearon las obras, ya que producen un efecto de reconocimiento inmediato en los espectadores para los que iban dirigidos.

Pero son muchos otros los símbolos y formas que pasan desapercibidos para los espectadores que los contemplan, ya que fueron colocados únicamente para que pudieran ser reconocidos por aquellos que poseyeran la formación o la preparación necesarias para su comprensión o explicación.

Son signos de muy diferente significación, como los signos matemáticos, como la constante π o el *número de oro Phi* con cuya proporción se diseñaron numerosos edificios y algunas catedrales góticas; signos de misterio, como son los *laberintos* de algunas de esas catedrales; signos ocultos como los de *la alquimia* que según relata en sus obras *Fulcanelli* aparecen en numerosas representaciones escultóricas de algunas catedrales góticas francesas; signos de geometría, como las formas múltiples y variadas que aparecen en los *rosetones* circulares que ocupan lugares de privilegio en las grandes fachadas de iglesias y catedrales; en fin, signos esotéricos como los de las construcciones *templarias,* de incomprensible simbolismo por la súbita y trágica desaparición de sus miembros.

De entre los numerosos símbolos que fueron utilizados, tanto en geometría como en arquitectura, y que como veremos, aparecen de una forma muy generalizada en numerosos monumentos, templos y edificios religiosos, destacan dos por su significación geométrica y por el carácter simbólico de lo que representan: *La circunferencia y el octógono.* Aunque hay muchos símbolos geométricos más, que también serán objeto de comentario en capítulos siguientes.

Geometría sagrada.

«Los principios fundamentales de la geometría arcana trascienden las consideraciones religiosas sectarias. Como una ciencia que lleva a la reintegración de la humanidad con el todo cósmico, ella ha de obrar, como en el caso de la electricidad, sobre todo aquél que reúna los criterios fundamentales, sin importar de quién se trate. La aplicación universal de idénticos principios de geometría arcana en lugares separados por vastos espacios de tiempo, lugar y creencia atestigua su naturaleza trascendental.

Fue aplicada a las pirámides y templos del Antiguo Egipto, a los templos mayas, a los tabernáculos de Jehová, a los zigurats babilonios, a las mezquitas islámicas y a las catedrales cristianas. Como un hilo invisible, los principios inmutables conectan estas estructuras sagradas.

Uno de los principios de la geometría sagrada lo encontramos en la máxima hermética "como es arriba, así es abajo" y también en "aquello que se halla en el pequeño mundo, el microcosmos, refleja lo que se halla en el gran mundo o macrocosmos".

Este principio de correspondencia se halla en la base de todas las ciencias arcanas, donde las formas del universo manifestado se reflejan en el cuerpo y en la constitución del hombre.

En la concepción bíblica el hombre ha sido creado a imagen y semejanza de Dios, siendo él un templo dispuesto por el Creador para albergar al espíritu que eleva al hombre por encima del reino animal. Por ello, la geometría sagrada no trata únicamente sobre las figuras geométricas obtenidas a la manera clásica con compás y escuadra, sino también de las relaciones armónicas del cuerpo humano, de la estructura de los animales y las plantas, de las formas de los cristales y de todas las manifestaciones de las formas en el universo.

Desde tiempos remotos la geometría ha sido inseparable de la magia. Aún las arcaicas inscripciones en las rocas siguen formas geométricas. Debido a que las complejidades y abstractas verdades expresadas por las formas geométricas solamente pueden ser explicadas como reflexiones de las más profundas verdades , fueron consideradas como misterios sagrados del mayor nivel y fueron puestas fuera de los ojos profanos. Estos profundos conocimientos pudieron ser transmitidos de un iniciado a otro por medio de símbolos geométricos sin que los ignorantes de ello siquiera tomaran nota de que se efectuaba dicha comunicación.

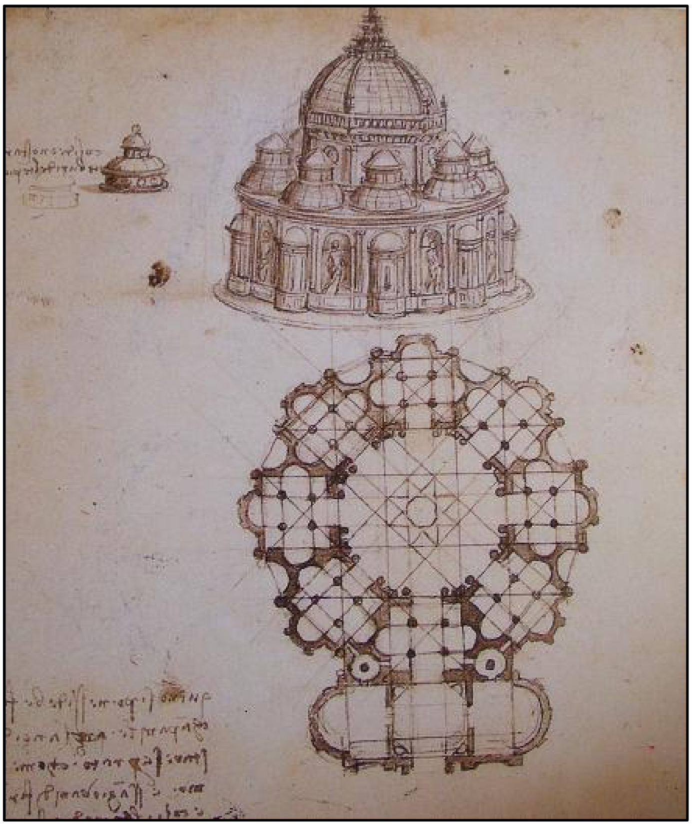
Cada forma geométrica está investida de un significado simbólico y psicológico. De esta manera todo aquello hecho por la mano del hombre que incorpore dichos símbolos deviene un vehículo para las ideas y conceptos incorporados en su geometría. A través de las edades las geometrías simbólicas han sido las bases para la arquitectura sagrada y aún profana. Algunas subsisten todavía como potentes arquetipos de fe: el hexagrama como símbolo del Judaísmo, la cruz en el Cristianismo.

Unas pocas formas geométricas constituyen la base de toda la diversidad de la estructura del universo. Todas estas formas geométricas básicas pueden ser fácilmente realizadas por medio de dos herramientas que los geómetras han usado desde los albores de la historia: la escuadra y el compás. Como figuras universales, su construcción no requiere de ninguna medida, ellas se dan también a través de formaciones naturales tanto en el reino orgánico como en el inorgánico».

http://www.bibliotecapleyades.net/geometria_sagrada/esp_geometria_sagrada_1.htm#nuevos_aportes

La geometría de Leonardo da Vinci.

Entre los personajes destacados que utilizaron la figura del octógono en la realización de sus diseños, se encuentra precisamente Leonardo da Vinci, del cual se conservan algunos de los bocetos y dibujos sobre proyectos y trabajos de arquitectura, como es su famoso diseño de una iglesia con capilla radial, constituido por una planta central geométrica con forma octogonal para la cúpula, y con ocho pequeñas capillas a su alrededor.



Boceto de Leonardo para iglesia con planta octogonal. Diseñado a partir de varios octogramas.

Es preciso observar atentamente que desde el centro del boceto se parte de un octograma cuyas líneas se expanden para formar dos nuevos octogramas mayores, inscritos en dos círculo concéntricos que delimitan la parte interior y exterior de las capillas. Las líneas del segundo octograma terminan marcando las ocho sustentaciones para la cúpula central.

Sin duda que este boceto aparenta más ser la representación de un símbolo con significado esotérico, que el diseño de una estructura arquitectónica.

Sobre las ideas de Leonardo respecto a la arquitectura, es preciso recordar que en su aprendizaje estuvo relacionado con el famoso arquitecto Brunelleschi, así como en los estudios arquitectónicos para la catedral de Pavía, en el cimborrio octogonal de la catedral de Milán y en el sublime octógono de la cúpula de Santa María de Fiore, en Florencia, construida por Brunelleschi.

Cúpula octogonal de Santa María de Fiore. Florencia

Detalle interior de la cúpula

Construcciones octogonales.

Existen numerosas construcciones en cuyas estructuras aparece la figura del octógono como una pieza fundamental del diseño de los elementos arquitectónicos. Sin embargo, hay construcciones que destacan de una forma especial precisamente por esa estructura geométrica. Es como si representaran un reclamo, una provocación, un elemento diseñado intencionadamente con esa geometría para que destaque del resto del edificio y llamar poderosamente la atención de todos cuantos espectadores se encuentren ante su presencia.

Son construcciones en las que las formas octogonales de sus torres, parecen discrepar con el estilo arquitectónico de los edificios en los que se encuentran integrados, por lo que no responden al estilo de construcción propio de la época correspondiente, sino que más bien habrían sido incorporados con posterioridad, y quizás con la intención de representar a modo de símbolos, aquellos mitos o creencias de quienes los impulsaron o los financiaron, más que a intención de los arquitectos que los diseñaron.

Torres que destacan por su forma octogonal, y que forman parte de los diferentes estilos arquitectónicos, épocas y culturas que las construyeron, siendo que en todos ellos la forma más habitual de las torres eran las de planta cuadrangular.

Catedral de Huesca

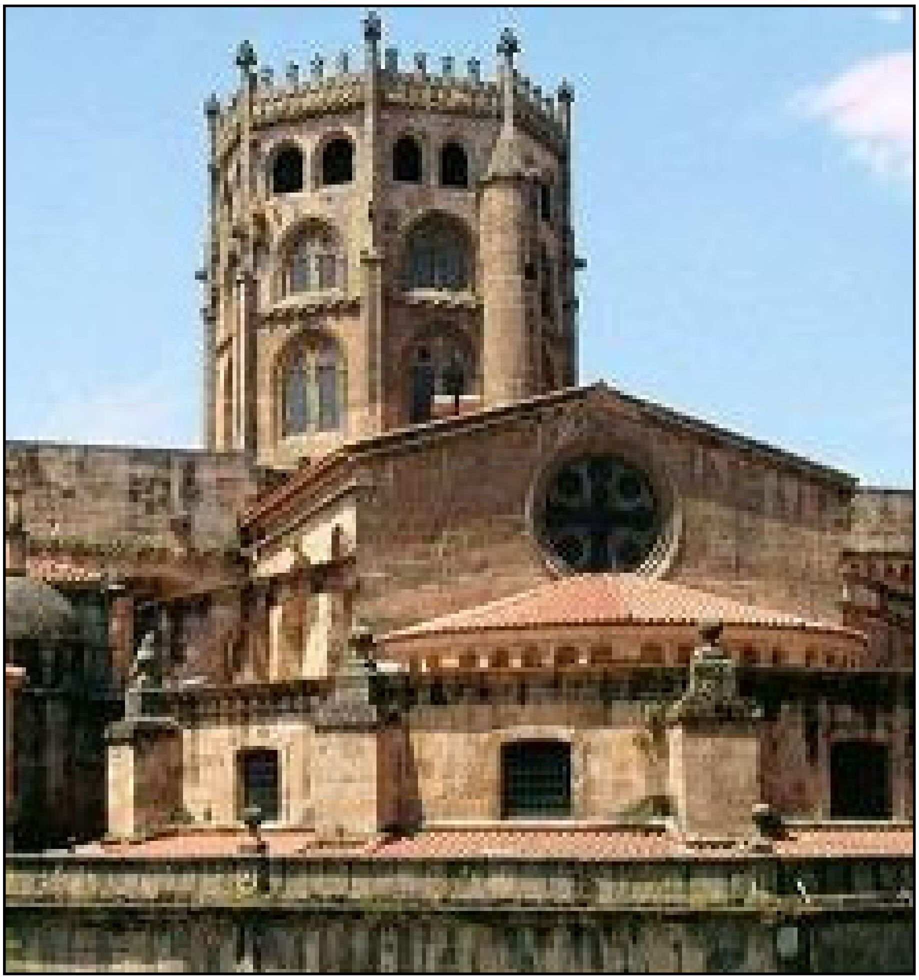
«La catedral de Huesca está construida sobre lo que quizás fue un templo romano y la antigua mezquita mayor musulmana. La catedral empezó a edificarse en 1273 a partir de la mezquita Misleida y fue terminada en 1515.

Entre 1369 y 1423 se levanta la torre campanario de planta octogonal, primero hasta la cuarta planta a cargo de los maestros Juan de Alguiñero y Juan de Quadres, y en la última etapa de su construcción el maestro Pere Jalopa, que la concluyó rematando la torre con un bello chapitel pentagonal, lamentablemente desaparecido».

Catedral de Lérida

«La torre de la catedral de Lérida está situada en el sud-oeste del claustro, fue iniciada su construcción en el siglo XIV por el maestro de obras de la catedral Guillem Solivella y terminada en el siglo siguiente.

Consta de planta octogonal con dos cuerpos de diámetro diferente, uno de doce metros y otro de nueve, el primero formado por cuatro plantas con ventanales formados por columnas y tracerías caladas y el segundo cuerpo con galerías. La última planta está coronada con pináculos y arbotantes góticos y gárgola; ésta última parte del campanario estuvo realizada por el maestro Carlí a principios del siglo XV».



Catedral de Orense

«La catedral de Orense pertenece al románico tardío, influido por el mundo cisterciense en algunos aspectos de la estructura arquitectónica y por la escuela mateana compostelana en lo relativo a los motivos escultóricos, especialmente por la decoración de las portadas.

En origen era un edificio de tres naves con transepto y cabecera de triple ábside (aunque actualmente muy transformada y mutilada por la construcción de la girola). Las naves tienen bóvedas de crucería sencilla y arcos apuntados que apoyan sobre pilares cruciformes con semicolumnas adosadas. El espectacular cimborrio gótico sobre el crucero se levantó entre 1499 y 1505».

Catedral de Valencia

«La estructura principal de la Catedral de Valencia se alzó entre los siglos XIII y XV, razón por la que es principalmente de estilo gótico. Sin embargo, su construcción se prolongó durante siglos, razón por la cual hay una mezcla de estilos artísticos -que van desde el temprano-románico, hasta el sutil renacimiento, el barroco recargado y el más contenido neoclásico.

La torre de estilo gótico francés (siglo XIV-XV), está formada por un prisma octogonal de dos cuerpos superpuestos, con ocho vidrieras de fina tracería calada en cada cuerpo. El primer cuerpo o parte baja es del siglo XIV, mientras que el segundo cuerpo o parte alta es obra de Martí Llobet (de hacia el 1430)».

Iglesia de Santiago Apóstol. Bierge

«La iglesia parroquial dedicada a Santiago Apóstol, en Bierge, es un buen ejemplo de la arquitectura del gótico tardío, y es una reforma llevada a cabo en el siglo XVI sobre los restos de primitivos muros románicos. Destaca el bonito rosetón que recuerda un medallón de estilo mudéjar, por los círculos concéntricos que decrecen hasta rodear las nervaduras centrales, compuestas por seis círculos incompletos, cuya forma es idéntica a la parte central del rosetón principal de la catedral de Burgos.

La torre es de planta octogonal y destaca por estar construida con bloques de piedra perfectamente tallados y encajados ».

Castel del Monte. Italia

«El Castel del Monte es sin duda una de las construcciones más populares de los tiempos del emperador Federico II. Se encuentra en Apulia, al sur-este de Italia. El castillo fue levantado entre 1240 y 1250, aunque el edificio da la impresión, sobre todo en su nivel interior, de no haber sido nunca completado.

El castillo está lleno de simbolismos difíciles de resolver y entender. Su forma de corona no es casual, sino una representación consciente de la corona del emperador. También tiene ocho esquinas la capilla de la corona de Aquisgrán, donde Federico II fue coronado. La forma octogonal también se puede relacionar con las decoraciones de la arquitectura musulmana. Otra teoría establece que el castillo fue levantado teniendo en cuenta distintas constelaciones estelares. Así, en diversas fechas del año se producen determinadas situaciones de luz y sombra que convierten el castillo en un calendario celeste en tres dimensiones.

Dos científicos de Bari elaboraron otra teoría que defiende una relación del castillo con una pirámide egipcia de Guiza. Afirman que Federico II escondió en la forma del edificio pistas que revelan otros lugares y arquitecturas significativas para el emperador: la catedral de Nôtre Dame de París, la de Chartres, Jerusalén y la Cúpula de la Roca. También comentan haber encontrado una imagen de la gran pirámide de Guiza junto a un mapa en que se revela la localización de la cámara oculta del faraón. Hasta hoy dicha cámara todavía no se ha encontrado.

Los dos científicos llevan tiempo pidiendo poder realizar una nueva investigación en la pirámide, siguiendo las formulaciones de su teoría. Ésta se elaboró en base a la numerología y a la relación entre arquitectura y astrología. Es conocido que Federico II conocía esas simbologías y llama la atención las medidas, muy similares, del contorno del castillo y de la pirámide (cada lado mide 232,92 metros)».

http://es.wikipedia.org/wiki/Castel_del_Monte

Torre octogonal de fortificación

Como hemos apreciar en estos primeros ejemplos, las formas geométricas en construcciones arquitectónicas, parecen en sí mismas como símbolos. Sin embargo, también en numerosas ocasiones, son únicamente las formas geométricas las que sobresalen de esas construcciones, como formando parte de la decoración, pero que no dejan de asombrarnos por la carga simbólica que contienen, como puede ser por la representación de mitos, creencias, supersticiones, o simplemente conocimientos que únicamente estaban al alcance de quienes podían interpretarlos.

Un ejemplo extraordinario es el de la Puerta del Sol de Toledo. Una fortificación de carácter aparentemente militar, defensivo, que formaba parte de las murallas que rodeaban la ciudad antigua de Toledo. Construida por los musulmanes, pero que destaca por tener un gran medallón circular con motivos cristianos, situado sobre un arco que en su pasadizo interior todavía se pueden ver los mecanismos y las rodaduras con los que se subía y bajaba la puerta. Hay varias puertas más en la ciudad, pero ninguna tiene un símbolo tan evidente y llamativo.

Puerta del Sol. Toledo

«La Puerta del Sol de la ciudad de Toledo, es una obra mudéjar, aunque quedan ciertos restos de su origen islámico -e incluso algún resto romano-, fue construida, según la tradición, por los Caballeros Hospitalarios como acceso a la ciudad amurallada.

Presenta planta semicircular, con un gran arco apuntado sobre columnas que cobija una puerta con arco de herradura. La parte superior está decorada con arquerías ciegas en las que se alojan fragmentos de un sarcófago paleocristiano. Sobre el arco encontramos un relieve con forma de medallón con la imposición de la casulla a San Ildefonso bajo el sol y la luna, de donde procede el nombre de esta puerta. La zona superior está almenada».

Medallón en la parte superior del arco

Destaca sobremanera en esta construcción un relieve con una escultura cristiana colocado encima de un arco de estilo musulmán. El medallón parece más un símbolo, que una escultura de carácter religioso. Presenta en primer término un grupo escultórico de creencia cristiana, que aparenta haber sido integrado en los motivos que conformaban el relieve original. Su forma circular con un triángulo inscrito, tienen una evidente simbología geométrica. Por otra parte, las figuras del sol y de la luna representan dos símbolos claramente relacionados con la *alquimia.*

Además, no puede descartarse esa posibilidad de integración con posterioridad a la figura original, ya que la religión musulmana utilizaba motivos geométricos, pero nunca se representaban motivos con figuras humanas, por lo que cabe la posibilidad de que detrás de la escultura con el motivo religioso, hubiera originariamente otros dos símbolos de la alquimia que, junto con el sol y la luna, hubieran tenido la forma de un cuadrado integrado entre los lados del triángulo.

Un conjunto geométrico formado por un círculo, un triángulo y un cuadrado, para enmarcar unos signos de la alquimia.

Construcciones templarias.

«Casi todos los especialistas, están de acuerdo en que fueron los cristianos de oriente, los judíos y sobre todo los sufíes musulmanes, quienes dieron a los templarios las pautas necesarias para elevar sus monumentos. La orientación fue una de estas pautas. Del mismo modo que la esfinge de Gizeh se sitúa al este de las pirámides, también los campanarios de las iglesias templarias suelen encontrarse en esta dirección. Por otra parte, el principal modelo a seguir en las plantas de las construcciones fue la octogonal que procedía originalmente del templo de Salomón. Aunque este tipo de planta se alternó con la rectangular, fue el octágono, transformado en un círculo perfecto en el interior, el símbolo esotérico más importante de sus construcciones. Este círculo, uno de los esquemas más ancestrales del Cosmos, constituía un espacio idóneo para realizar operaciones mágicas y ritos iniciáticos».

http://historiasdeltemple.blogspot.com/2008/11/la-arquitectura-templaria.html

Los caballeros templarios construyeron numerosas fortalezas, iglesias y templos en numerosos lugares. En la mayoría de esas construcciones destaca como elemento arquitectónico la forma octogonal, casi de una forma obsesiva, lo que pone de relieve una evidente intención hacia esa forma geométrica como la representación de un símbolo, que para esos caballeros tendría un significado de su fe en creencias o conocimientos que provenían desde sus orígenes, o que fueron la causa de la creación de esa Orden de Caballería.

En España y Portugal quedan numerosos y extraordinarios monumentos, en localidades de muy diversa ubicación geográfica, que todavía hoy pueden ser admirados.

Iglesia templaria de la Vera Cruz. Segovia

La iglesia de la Vera Cruz (Segovia) es de estilo de transición del románico al gótico, del Siglo XIII. Su construcción se atribuye a la Orden del Temple, su forma es dodecagonal, aunque por su perímetro circular se le atribuye una cierta semejanza con la propia Cúpula de la Roca en Jerusalén.

Iglesia templaria de Torres del Río. Navarra

La iglesia de Torres del Río (Navarra) es una construcción templaria, de planta octogonal casi regular; su estilo es de transición al románico-gótico de fines del s. XII o comienzos del XIII. Las nervaduras de la cúpula octogonal conforman un octograma.

Santuario de Eunate. Navarra

El santuario de Eunate (Navarra) data del siglo XII y su construcción se atribuye a la Orden del Temple. El conjunto está formado por el cuerpo principal, de forma octogonal, rodeado por un deambulatorio con arcadas, también octogonal, aunque irregular.

Iglesia de la Virgen Blanca. Villalcázar de Sirga

La Iglesia de la Virgen Blanca, en Villalcázar de Sirga (Palencia) es un templo-fortaleza construida por la Orden de los Templarios a finales del siglo XII, en la transición del románico al gótico y tuvo una continuación en el siglo XIV.

Convento de Cristo en Tomar. Portugal

El Convento de Cristo, en Tomar (Portugal), perteneció a la Orden del Temple y es uno de los principales monumentos de la arquitectura portuguesa. El núcleo del monasterio es una charola del siglo XII, el Oratorio de los Templarios. Como en otros de sus templos, se basa en la Iglesia del Santo Sepulcro de Jerusalén. Las pinturas y los frescos y la estatuaria dorada sobre la cúpula bizantina, fueron cuidadosamente restauradas. La charola, con forma octogonal, es el centro del conjunto de edificaciones, culminándolas visualmente.

El arte musulmán.

«Mientras que en otras culturas se perdieron numerosos conocimientos debido a los incendios y la destrucción de bibliotecas y edificios que atesoraban la cultura de los antiguos, los musulmanes conservaron numerosos e importantes conocimientos de la antigüedad gracias a que tradujeron al árabe textos de geometría, filosofía, matemáticas, astronomía, medicina y otras ciencias, de los maestros griegos y latinos.»

Los principales tipos de construcciones de la arquitectura islámica o musulmana son: la mezquita, la tumba, el palacio y el fuerte; aunque también destacaron muchas otras edificaciones de menor importancia como los baños públicos y las fuentes.

«En España es conocida como arquitectura andalusí o también como hispano-musulmán. La construcción de la gran Mezquita de Córdoba en el año 785, marcó el comienzo de la arquitectura islámica en la península Ibérica y en el norte de África. La mezquita sobresale por sus arcos interiores con forma de herradura y por sus arcos lobulados, con tres o cinco lóbulos, y cuyo edificio del tipo hipóstilo está soportado por cerca de 850 columnas. La arquitectura andalusí llegó a su cima con la construcción de la Alhambra, el magnífico palacio-fortaleza en Granada, con su espacio abierto y fresco adornado en rojo, azul y dorado; las paredes están decoradas con estilizados motivos de follajes, inscripciones en árabe, y diseños con arabescos, con paredes cubiertas de azulejos vidriosos».

La decoración arquitectónica y la ornamentación en el arte islámico se caracterizan por ser muy abundantes, tanto en el exterior como en interiores y en las puertas de los edificios. Las formas geométricas constituyen los elementos decorativos más profusamente utilizados. El principio fundamental lo constituye el círculo, a partir del cual se aplican los principios de repetición simétrica, mediante series de mixtilíneas, como si fueran lazos que se entrecruzan en una gran variedad de formas interminables, que asemejan auténticos laberintos creando octógonos, rombos, arabescos, cintas trenzadas, meandros, dibujos en zigzag, ajedrezados, estrellas y toda clase de polígonos.

Con frecuencia se utilizan las formas geométricas repetidas, a las se les atribuyen diferentes significados ocultos, ya que además de las diversas formas y motivos, incluyen elementos como son la epigrafía (utilización de inscripciones caligráficas), el ataurique y la decoración vegetal estilizada. Para estas decoraciones, por lo general utilizaban materiales pobres como el ladrillo, el estuco, yesos, mármoles y azulejos.

Las mezquitas.

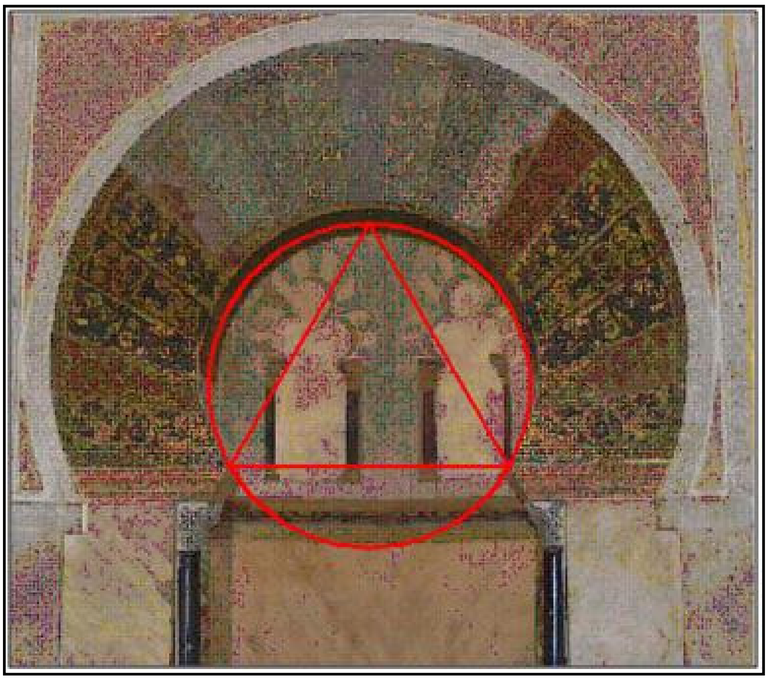
El propósito principal de la mezquita es servir de lugar donde los musulmanes puedan reunirse para Orar. Actualmente son conocidas en todo el mundo por su importancia general para la comunidad musulmana, y también como muestras de la arquitectura islámica.

Las mezquitas de *planta árabe* o *hipóstila* son el más temprano tipo de mezquita, iniciadas bajo la Dinastía Omeya. Estas mezquitas son o bien de planta cuadrada o bien de planta rectangular e incluyen un patio y un pasillo cubierto dedicado al rezo. Históricamente, debido a los climas calientes que predominan en el Mediterráneo y en el Medio Oriente, el patio sirvió para acomodar a un gran número de fieles durante los rezos del viernes.

Las más tempranas mezquitas hipóstilas tienen azoteas planas encima de los pasillos del rezo, haciendo necesario el uso de numerosas columnas y soportes. Con frecuencia, las mezquitas hipóstilas tienen arcadas externas para que los visitantes puedan gozar de alguna cortina. Las mezquitas de planta árabe fueron construidas mayoritariamente bajo las dinastías de los Omeyas y los Abbasíes; posteriormente, sin embargo, la simplicidad de la planta árabe limitó las oportunidades de un mayor desarrollo, y como resultado, la popularidad de estas mezquitas fue cayendo.

Los otomanos introdujeron las *mezquitas con bóveda central* en el siglo XV y se caracterizan, como su nombre indica, por tener una bóveda grande centrada sobre el pasillo del rezo. Además del tener una bóveda grande en el centro, hay a menudo bóvedas más pequeñas que existen excéntricas sobre el pasillo del rezo o en otras zonas de la mezquita, donde el rezo no se realiza.

El arco de herradura utilizado profusamente en la arquitectura islámica, se diseña a partir de una circunferencia dividida en tres partes iguales, como si se dibujara un triángulo equilátero, del cual los vértices de la base fueran los puntos de corte del arco.



Puerta con arco de herradura
Mezquita de Córdoba

El vano circular del arco interior del arco de herradura árabe mide exactamente dos tercios de la longitud de la circunferencia.

Columnas y arcos de herradura
Mezquita de Córdoba

La mezquita de Córdoba destaca por la grandiosidad del patio de columnas que soportan arcos de herradura de diferentes formas, tamaño y colorido.

Pero también es un ejemplo de la arquitectura geométrica donde destacan las diferentes formas octogonales de sus bóvedas, la central y las construidas sobre los cruceros de los pasillos de rezo.

Bóveda octogonal central
Mezquita de Córdoba

Bóveda octogonal de crucero
Mezquita de Córdoba

La Alhambra de Granada.

«La Alhambra es una ciudad palatina andalusí situada en Granada. Se trata de un rico complejo palaciego y fortaleza o alcazaba que alojaban al monarca y corte del reino nazarí de Granada. Su verdadero atractivo, como en otras obras musulmanas de la época, no sólo radica en los interiores, cuya decoración está entre las cumbres del arte andalusí, sino también en su localización y adaptación, generando un paisaje nuevo pero totalmente integrado con la naturaleza preexistente.

Los palacios nazaríes son el conjunto formado por el Palacio de Comares, construido en primer lugar, y el Patio de los Leones.

Cronológicamente fueron levantados después de la alcazaba, el generalife y el Partal, siendo su construcción del primer tercio del siglo XIV. Constituía la sede de las funciones administrativas, de la corte, protocolo y retiro y disfrute privado. Al bajar las escaleras de acceso, se van encontrando las siguientes dependencias: Mexuar, Patio del Mexuar o del Cuarto Dorado».

La Alhambra constituye un destacado ejemplo del arte musulmán, por la profusión de sus formas geométricas, en todo tipo de elementos tanto arquitectónicos como decorativos. Así, se pueden admirar motivos con geometría octogonal en los ábsides, en los artesonados, en las paredes, en las fuentes y hasta en algunos ventanales.

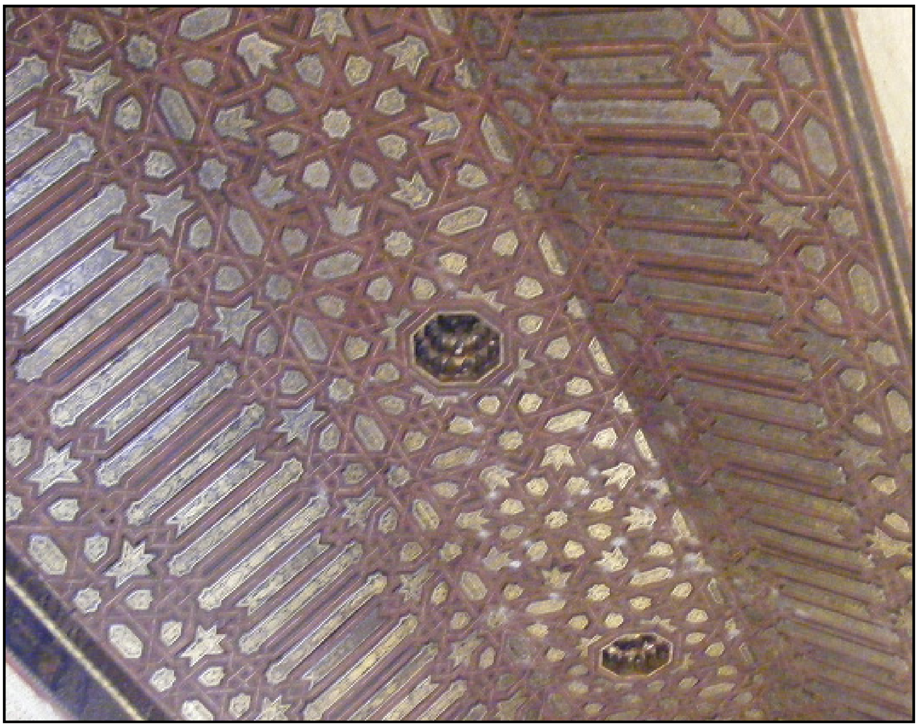
Patio y Fuente de Los Leones

«Fuente de los Leones. Los últimos estudios hechos dicen que los leones proceden de la casa del visir y poeta judío Yusuf Ibn Nagrela (1066). No se sabe si se construyó antes de su muerte; se le acusó ya en la época de querer realizar un palacio más grandioso que el del mismo rey. Se conserva por el poeta Ibn Gabirol (s. XI) una descripción casi exacta de dicha fuente. Representan las 12 tribus de Israel. Dos de ellos tienen un triángulo en la frente indicando las dos tribus elegidas: Judá y Leví. Son del siglo XI. La taza lleva escrita en su perímetro versos del ministro y poeta Ibn Zamrak en los que bellamente se describe la propia fuente».

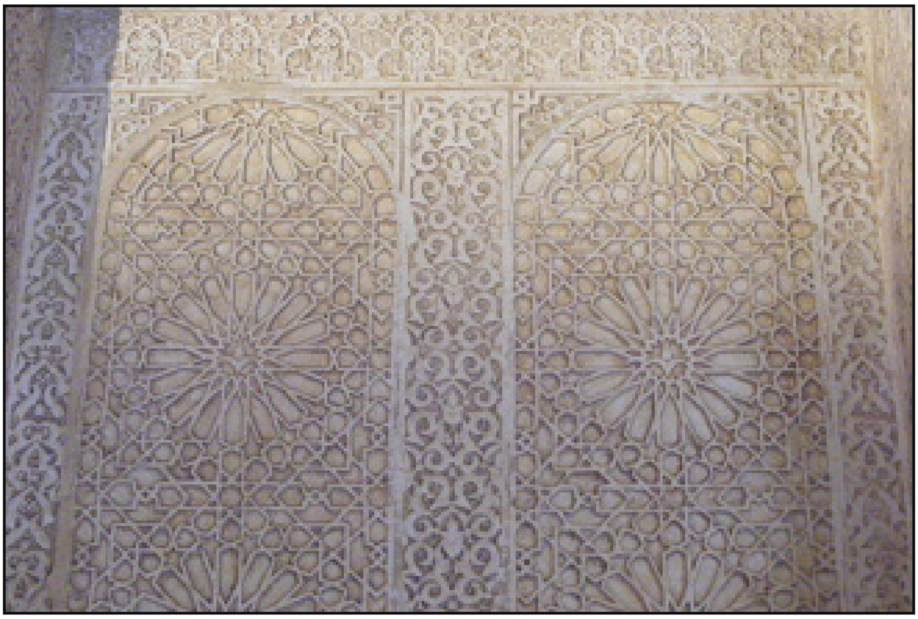
Ábside octogonal de la sala de los Abencerrajes

Bóveda con forma de estrella de la sala de los Abencerrajes

«La sala de los Abencerrajes fue alcoba del sultán. Los muros están ricamente decorados. El estuco y los colores son originales. El zócalo de azulejos es del siglo XVI, de la fábrica de azulejos sevillana. La cúpula está decorada con mocárabes; en el suelo, en el centro, una fuentecilla servía para reflejar la cúpula de mocárabes, que al estar ricamente decorada, conseguía una luz encantadora y mágica, pues al entrar la luz por la parte superior iba cambiando según las distintas horas del día».

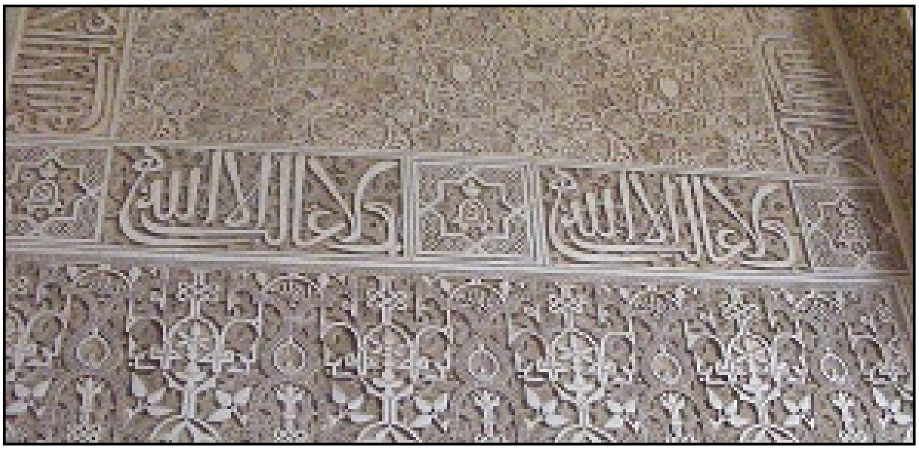


Artesonado con motivos octogonales
Alhambra de Granada

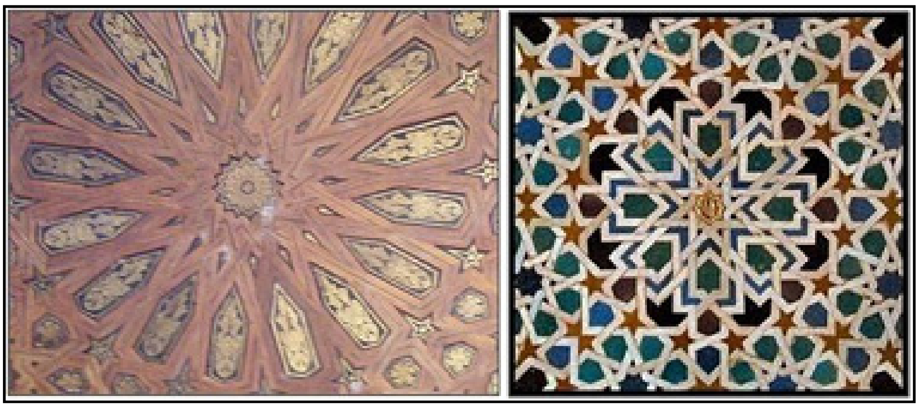


Decoración mural

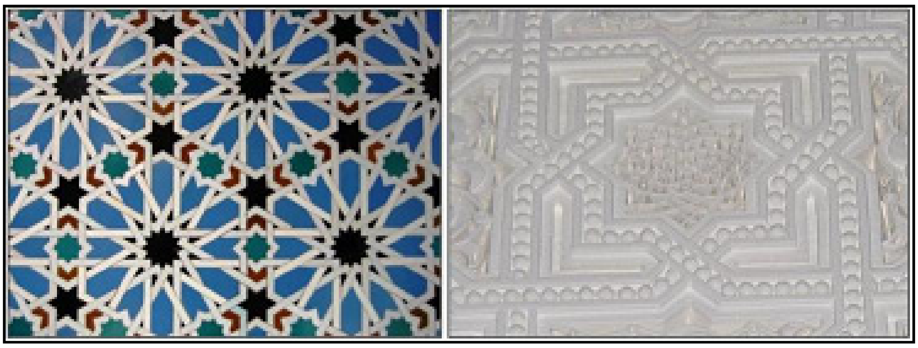
Decoración mural



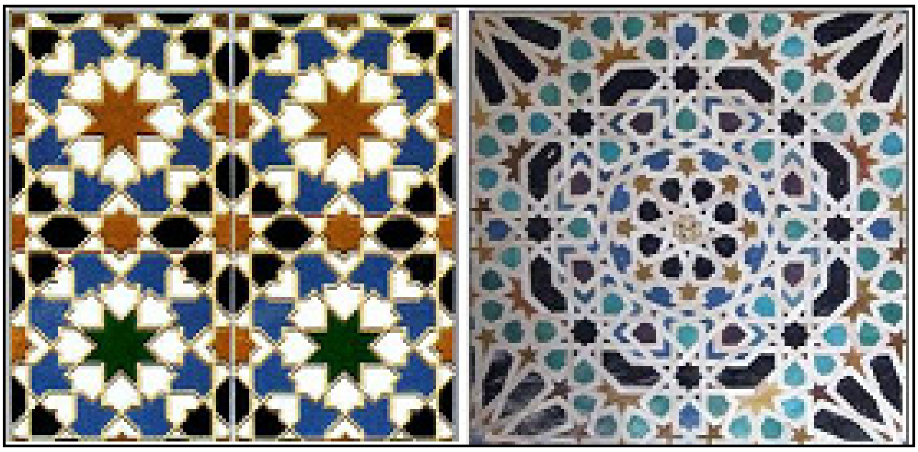
Motivos epigráficos



Motivos de lacería



Motivos decorativos



Azulejos con motivos geométricos

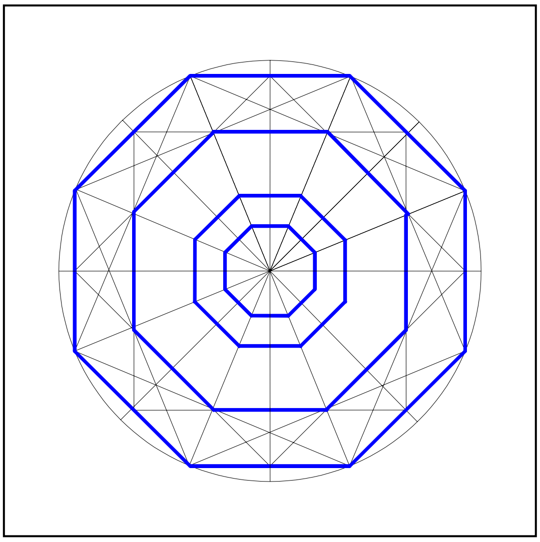
Estrella con forma de octograma

Ventana octogonal

Fuente circular con remate octogonal

El arte mudéjar.

«El arte mudéjar es un estilo artístico que se desarrolla en los reinos cristianos de la Península Ibérica, pero que incorpora influencias, elementos o materiales de estilo hispano-musulmán, es la consecuencia de las condiciones de convivencia existente de la España medieval y se trata de un fenómeno exclusivamente hispánico que tiene lugar entre los siglos XII y XVI, como mezcla de las corrientes artísticas cristianas (románicas, góticas y renacentistas) y musulmanas de la época y que sirve de eslabón entre las culturas cristianas y el islam».



Planta octogonal de torre mudéjar

Las principales características por la que se destaca el estilo mudéjar, son las formas octogonales que presentan numerosas torres y ábsides, tanto en su construcción como en su profusa ornamentación.

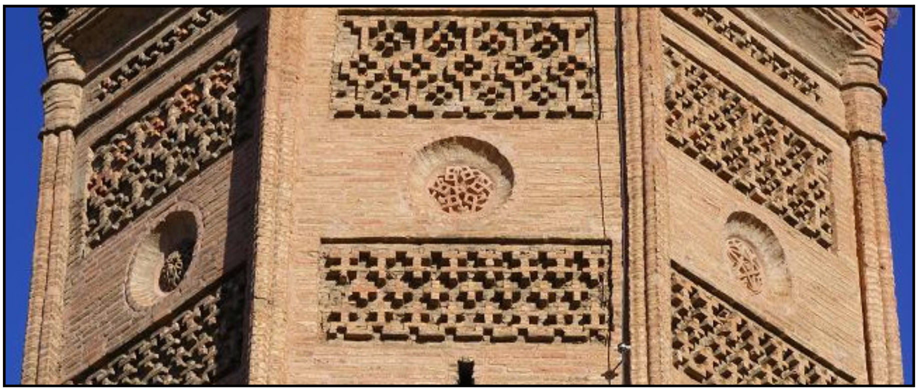
Las torres tienen una estructura heredada de los alminares islámicos, y aunque algunas tienen la planta cuadrangular, la mayoría son de planta octogonal. Entre los motivos que forman parte de las ornamentaciones en los diferentes cuerpos de las torres, tienen un uso preferente y destacado las figuras del octógono, el octograma y la estrella de ocho puntas.

De los numerosos monumentos existentes a lo largo de toda la geografía española, vamos a presentar algunos de los ejemplos más representativos y extraordinarios.

En Aragón y de forma destacada en la comarca de Calatayud, hay numerosos monumentos *mudéjares* cuyas torres tienen la forma octogonal. En la misma ciudad de Calatayud hay dos ejemplos de estas espectaculares torres, en las iglesias de San Andrés y de Santa María.

Iglesia de San Andrés
Calatayud

Torre de San Andrés. En relación con ornamentación de la torre, el destacado humanista y experto en arte mudéjar, Agustín Sanmiguel Mateo, en su obra *Arte mudéjar en la ciudad de Calatayud,* editada en el año 2007, realiza una magnífica descripción referida a unos óculos (ornamentos circulares con formas geométricas) situados en las caras de uno de los cuerpos de la torre de la que, por su analogía con el contenido del tema se está planteado, considero que es de gran interés transcribir dos párrafos de la mencionada obra.


Detalle de tres óculos

«A continuación viene otra de las singularidades de esta torre: un conjunto de ocho óculos, uno por lado, que llevan un medallón finamente labrado en yeso. De estos medallones, todos distintos, se conservan cinco. Salvo uno a base de rombos en los cuales hay pequeños huecos circulares o en forma convencional de gota, los demás son figuras geométricas de simetría radial a base de lazos. El único relativamente fácil de describir presenta una estrella de cinco puntas con sus vértices orlados y un esbozo de decoración vegetal de palmetas. Hay dos de composición hexagonal, uno de ellos con lazos rectilíneos y palmetas y otro con lazos curvos. El quinto de los que se conservan, y que sirve de portada a este libro, tiene composición octogonal con lazos curvos, entre los que se intercala un motivo aparentemente vegetal, y que dejan en el centro un hueco en forma de estrella de ocho puntas.

Estos cinco medallones no tienen ningún paralelismo en el mudéjar aragonés ni en el hispánico. Sólo hay semejanzas entre dos de ellos con motivos decorativos de los alminares de la mezquita de Al Hakim en El Cairo, construida hacia el año 1000. Germán López Sampedro hizo un detenido estudio de estos medallones, analizándolos matemáticamente, e imaginando el mensaje filosófico que contenían. Concluye que fueron obra de un alarife con conocimientos de Astronomía y Matemática que quiso reflejar en ellos un programa místico».

Geometría de los medallones.

Los cinco medallones que se conservan de los ocho que tenía la Iglesia de San Andrés, presentan unas singularidades que merece la pena destacar, desde el punto de vista de las distintas formas de geometría que presentan. Los cinco están situados en el centro de los *óculos* cuyas forma representan ser las de unas semiesferas truncadas por la mitad. En cada uno de los medallones se representa una figura geométrica diferente, con forma de estrella.

La estrella de ocho puntas es la representación de un octograma. La estrella de seis puntas representada en dos de los medallones, aparentemente iguales, pero con una ligera variación, y es que el motivo decorativo de ambas está girado uno respecto del otro, causando que las puntas de la estrella aparezcan en posición vertical en uno, y en posición horizontal en el otro. La estrella de cinco puntas es la figura más evidente, aunque presenta la singularidad de que sus puntas están dibujadas con cinco trazos consecutivos, formando un pentagrama. El último de los medallones presenta unas formas romboidales, que son consecuencia a su vez del entrecruzado de formas triangulares.

Medallón con estrella octogonal

Medallón con estrella hexagonal vertical

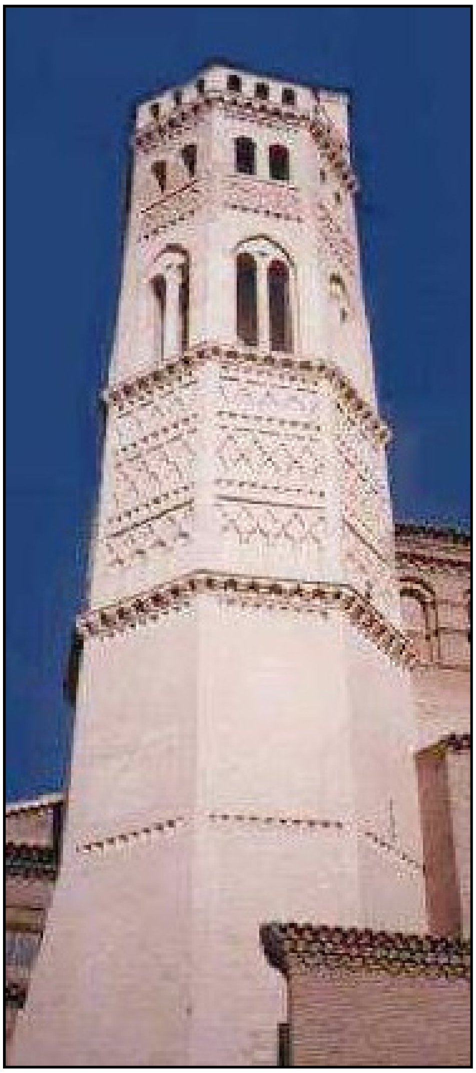
Medallón con estrella hexagonal horizontal

Medallón con forma de pentagrama

Medallón con formas romboidales

Colegiata de Santa María
Calatayud

Torre de Santa María. Esta monumental torre octogonal está adosada a la parte izquierda del ábside. Su planta es octogonal y presenta contrafuertes en sus aristas. La estructura corresponde a la de un alminar hispano-musulmán que permite en su interior el desarrollo de escaleras con forma helicoidal. A diferencia de otras torres octogonales las escaleras no se apoyan en el suelo sino sobre una bóveda semiesférica, en la que sólo coincide con la próxima torre de San Andrés.



Iglesia de San Pedro
Alagón

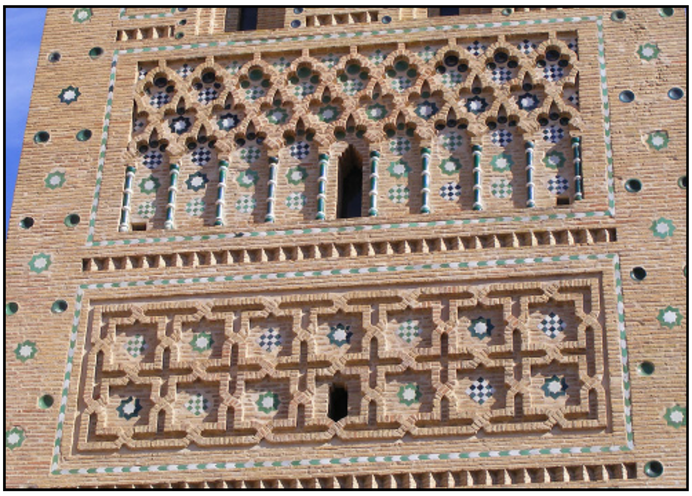
Torre de San Pedro: La torre, situada en el ángulo suroccidental del templo, tiene planta octogonal, con la tradicional estructura de la arquitectura zagrí y mudéjar de torre y contratorre y entre ambas la escalera cubierta con bóvedas enjarjadas. Consta de tres cuerpos, entre los que destaca el segundo por sus originales motivos decorativos.

Torre de la catedral de Santa María
Teruel

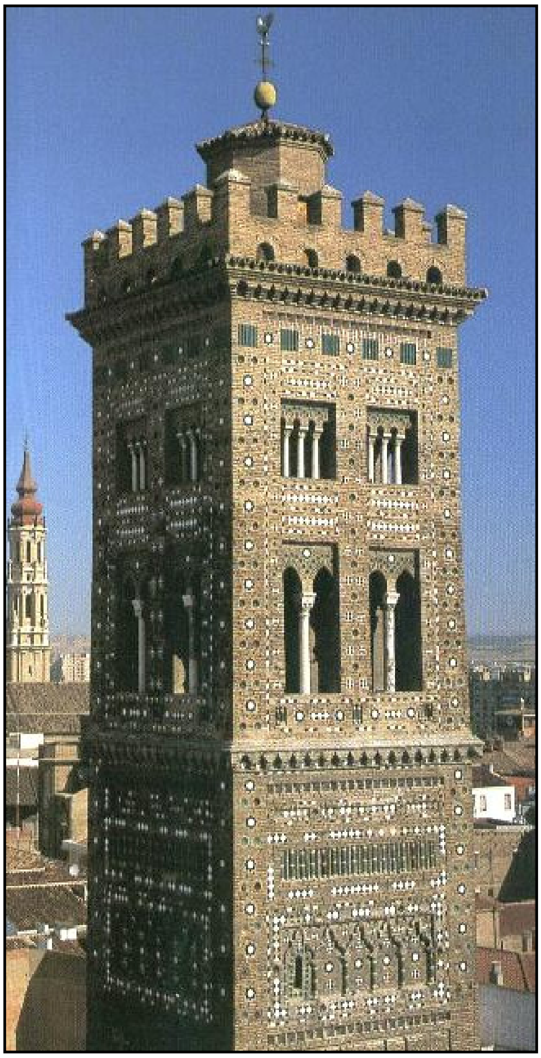
Catedral de Santa María de Teruel. La torre es de planta cuadrada, posee tres cuerpos profusamente decorados con azulejos y cerámica vidriada, y está rematada por una linterna octogonal del siglo XVII.

Ábside octogonal del cimborrio
Catedral de Teruel

Cimborrio con forma de octograma
Catedral de Teruel



Ornamentación mudéjar
Torre de San Martín. Teruel



Torre de la Magdalena
Zaragoza

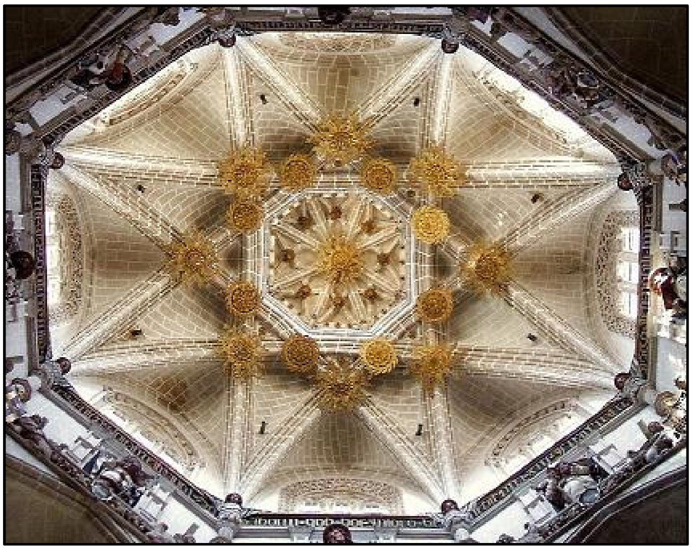
«Iglesia de Santa María Magdalena. La torre semeja los alminares almohades, con dos cuerpos cuadrados concéntricos entre los que sube una escalera con cubrición de bóveda de aproximación. La torre interior alberga varios pisos de habitación cubiertos con bóveda de arista. Al exterior presenta tres cuerpos separados por impostas con decoración de cerámica vidriada blanca y verde, arcos mixtilíneos, ventanas en arcos túmidos y de herradura».


Torre de la Seo
Zaragoza

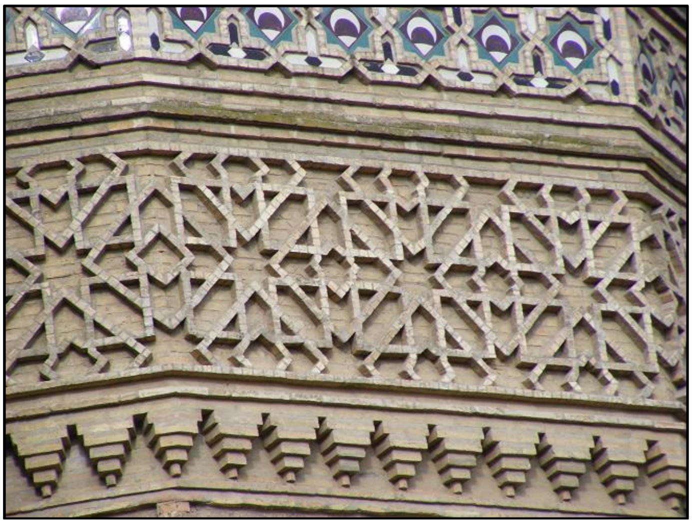
Catedral de San Salvador, conocida como La Seo. Su construcción se puede considerar de estilo gótico-mudéjar. La torre es de planta cuadrangular. En la cabecera se sitúan dos ábsides y en el crucero tiene un cimborrio de hechura mudéjar y con forma octogonal.

Ábside inferior
Catedral de La Seo

Ábside superior
Catedral de La Seo



Cimborrio con forma de octograma
Catedral de La Seo



Ornamentación exterior
Catedral de La Seo

Las catedrales góticas.

«Acerca de las conjeturas sobre los medios matemáticos con los que se ayudaron a levantar las catedrales, muchos arquitectos masones optaron por la utilización de complejas construcciones geométricas que, en muchos casos, eran combinaciones de círculos, triángulos, cuadrados, etc., incluso figuras octogonales o pentagonales».

Las catedrales góticas fueron las formas más representativas de las transformaciones arquitectónicas medievales y comenzaron a construirse durante los siglos XII y XIII principalmente en Francia y España.

Fulcanelli en su obra *El misterio de las catedrales* sostiene que el término *arte gótico* no es más que una deformación de la palabra *argótico,* que a su vez proviene del término *argot,* definido como *«una lengua particular de todos los individuos que tienen interés en comunicar sus pensamientos sin ser comprendidos por los que les rodean».*

«Todos los Iniciados se expresaban en argot, lo mismo que los truhanes de la *Corte de los milagros* y que los *Frimasons*, o francmasones de la Edad Media, "posaderos del buen Dios", que edificaron las obras maestras *argóticas* que admiramos en la actualidad».

Para Fulcanelli pues, las catedrales góticas eran una obra de «*argot, el arte de la Luz*». Además, según su interpretación, algunas de las catedrales francesas son auténticos santuarios de la *alquimia,* en ya que los artistas representaron el lenguaje hermético de los maestros, tallando en las piedras los diferentes pasos y los misteriosos secretos que rodean esa ciencia del ocultismo. Y no únicamente son las piedras las que contienen ese lenguaje, sino y de forma muy especial, en sus vidrieras y en sus rosetones, por los cuales la luz pasa a los interiores teñida de espectaculares colores.

Refiriéndose a la catedral de Nôtre Dame de Paris, Fulcanelli afirma que algunos de los motivos representados en el pórtico central de la entrada, están también reproducidos en los medallones de los vitrales del rosetón central, en la fachada principal, haciendo de ello una espléndida afirmación: *¡La antorcha del pensamiento alquímico iluminando el templo del pensamiento cristiano!*

En contraposición con estas teorías de Fulcanelli, las catedrales góticas españolas son auténticas *biblias cristianas*, donde tanto en los pórticos de sus entradas, como en las vidrieras de sus muros y en los rosetones de las fachadas, se representan profusamente los personajes más destacados y las escenas más emotivas del Nuevo Testamento.

Lo que sí parece incuestionable en este estilo de construcciones es un lenguaje geométrico que parece común en todas ellas, y que quedó plasmado en las formas de sus plantas, en la disposición de las columnas con nervios, en las bóvedas de crucería, en los ábsides, donde proliferan las formas octogonales, y de especialmente en sus fachadas, con las formas circulares de los imponentes rosetones.

Los ejemplos más destacados de este estilo arquitectónico son las primeras catedrales góticas que fueron construidas en los siglos XII t XIII, como son la catedral de Nôtre Dame de París (1163), la de Amiens (1120), la de Chartres (1194), y la de Reims (1210), en Francia, y las de Burgos (1221), la de León (1255) y la de Toledo (1226) en España.

De ellas se muestran a continuación algunas de las imágenes que nos permiten apreciar sus formas más representativas, así como las diferencias arquitectónicas y los detalles por los que se distinguen unas de otras, especialmente por la espectacularidad que ofrecen las formas geométricas de sus rosetones.

Catedral de Nôtre Dame de Paris.

Fachada principal

«La Catedral de Nôtre-Dame de París es una de las catedrales francesas más antiguas de estilo gótico. Se empezó a construir en el año 1163 y se terminó en el año 1345.

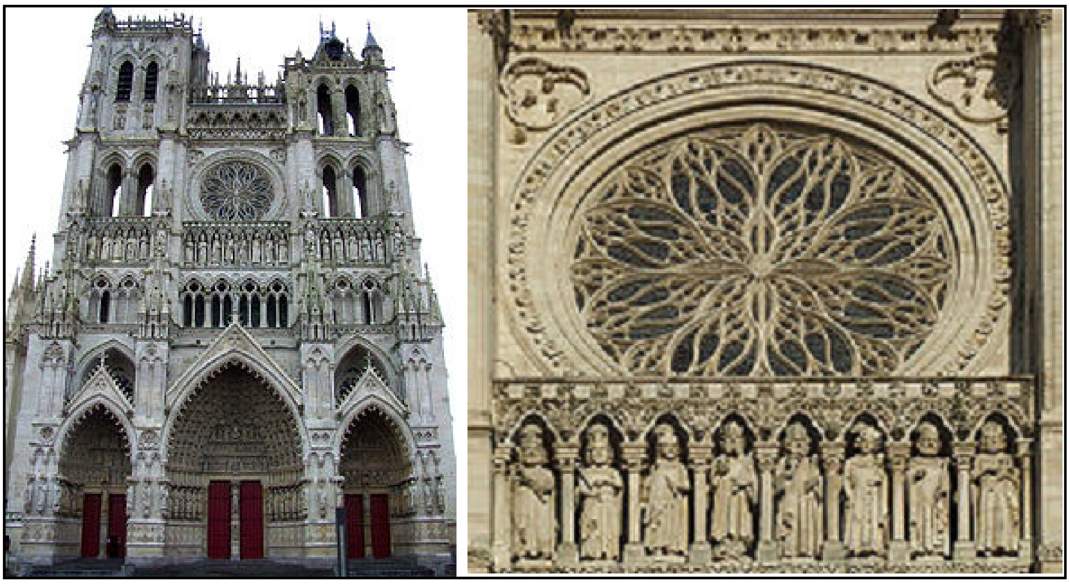
Existe aún en esta catedral una dualidad de influencias estilísticas: por un lado, reminiscencias del románico normando, con su fuerte y compacta unidad, por otro lado, el ya innovador aprovechamiento de las evoluciones arquitectónicas del gótico, que confieren al edificio una ligereza y aparente facilidad en la construcción vertical y en el soporte del peso de su estructura.

La planta está demarcada por la formación en cruz romana orientada a Occidente, de eje longitudinal acentuado, y no es perceptible desde el exterior. La cruz está "incrustada" en el edificio, envuelta por un doble deambulatorio, que circula por el coro en la cabecera -al este- y se prolonga paralelamente a la nave, dando lugar, así, a cuatro naves laterales».


Rosetón de la fachada principal con 24 divisiones


Rosetón de la fachada oeste con 24 divisiones

Catedral de Amiens.



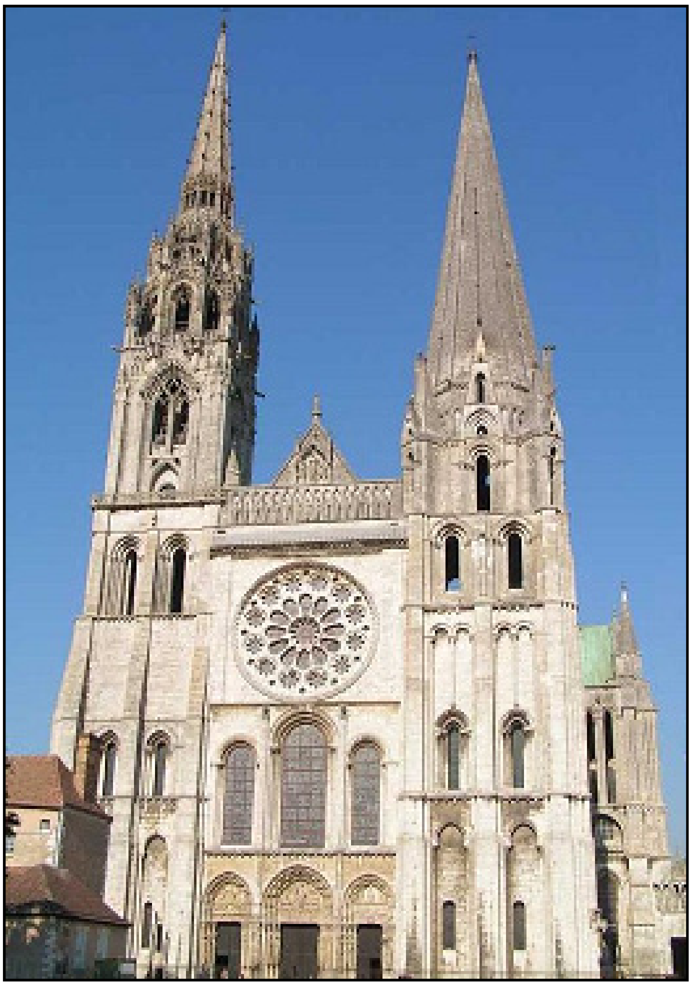
Fachada principal y rosetón con 16 divisiones, 8 mayores y 8 menores

«La Catedral de Nôtre-Dame de Amiens es la catedral gótica que cerró el ciclo de catedrales del período gótico clásico. Su construcción se inició en 1220, sobre otra anterior de arquitectura románica destruida por un incendio, fue diseñada con una planta de cruz latina y más tarde entre 1366 y 1401 fueron construidas las torres que se encuentran en ambos lados de su fachada principal.

Tiene el crucero centralizado y la nave central está decorada con un rosetón sobre un friso de esculturas que recorre el frontal oeste. La fachada occidental consta de tres pórticos monumentales con profundas arquivoltas, rematadas con gabletes. Esta fachada muestra un gran programa iconográfico de escultura que comprende buena parte de los episodios del Antiguo y Nuevo Testamento, por lo que es conocida como la «Biblia de Amiens».

Rosetón de la fachada norte con un pentagrama en el centro
Catedral de Amiens

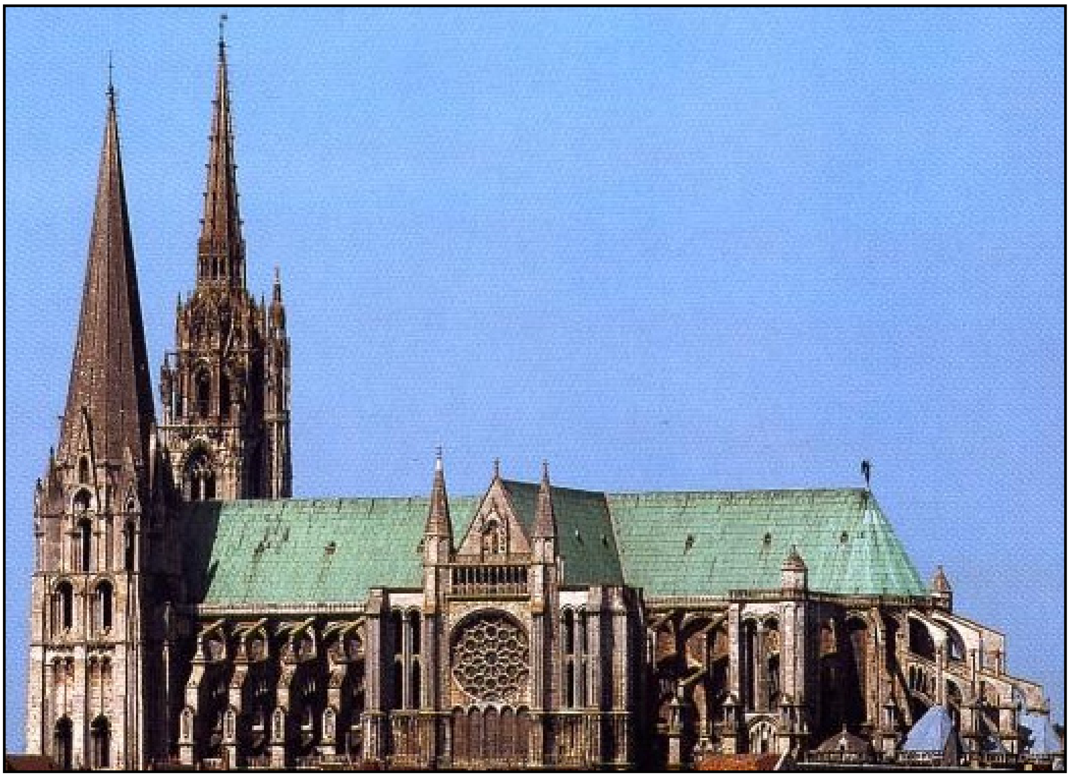
Catedral de Chartres.



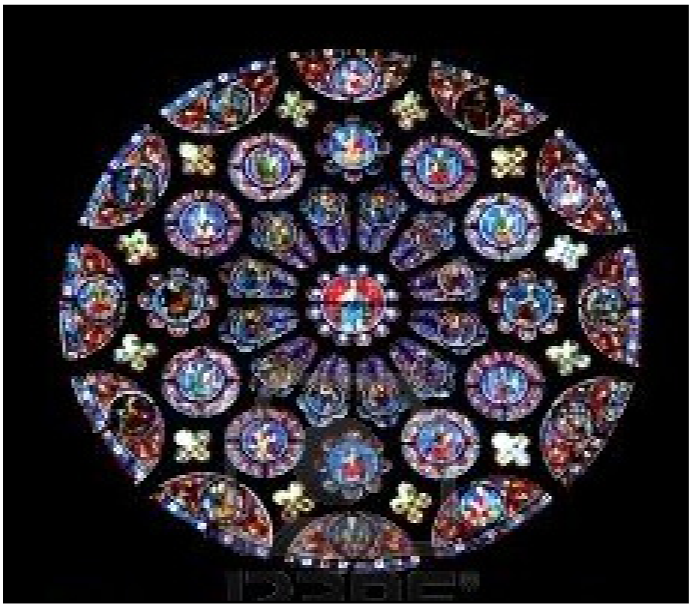
Fachada principal

«La Catedral de la Asunción de Nuestra Señora es una iglesia de culto católico romano bajo la advocación de Nuestra Señora, la Virgen María en la ciudad de Chartres, en Francia, al noroeste de país, a unos 80 km de la capital París.

Esta catedral marcó un hito en el desarrollo del gótico e inició una fase de plenitud en el dominio de la técnica y el estilo gótico, estableciendo un equilibrio entre ambos. Es sumamente influyente en muchas otras construcciones posteriores que se basaron en su estilo y sus numerosas innovaciones, como las catedrales de Reims y Amiens a las que sirvió de modelo directo».

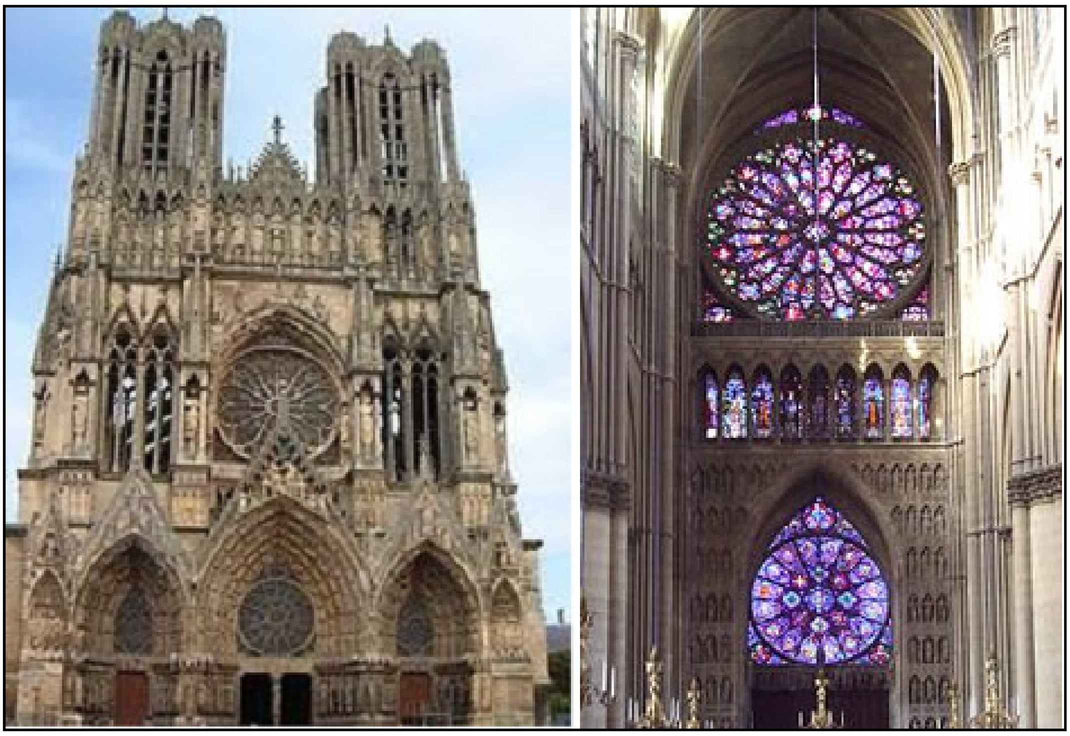


Fachada sur
Catedral de Chartres



Rosetón con 12 divisiones
Catedral de Chartres

Catedral de Reims.



Fachada principal con dos rosetones de 12 y 16 divisiones

«La Catedral de Nuestra Señora de Reims es una catedral de culto católico romano bajo la advocación de Nuestra Señora, la Virgen María en la ciudad de Reims, en el departamento de Marne, en Francia, al noreste del país, a unos 160 km de la capital, París, es la cabeza de la diócesis de Reims.

Construida en el siglo XIII, después de las catedrales de París y de Chartres, pero antes de las catedrales de Estrasburgo, Amiens y Beauvais. Es uno de los edificios góticos de mayor importancia en Francia, tanto por su extraordinaria arquitectura como por su riquísima estatuaria».

Catedral de Burgos.

«La catedral de Burgos difiere notablemente de otras catedrales construidas en la misma época en diferentes elementos decorativos y de la construcción, al haber intervenido algunos canteros musulmanes, hecho que proporcionaba una originalidad como no existía en ninguna otra catedral».

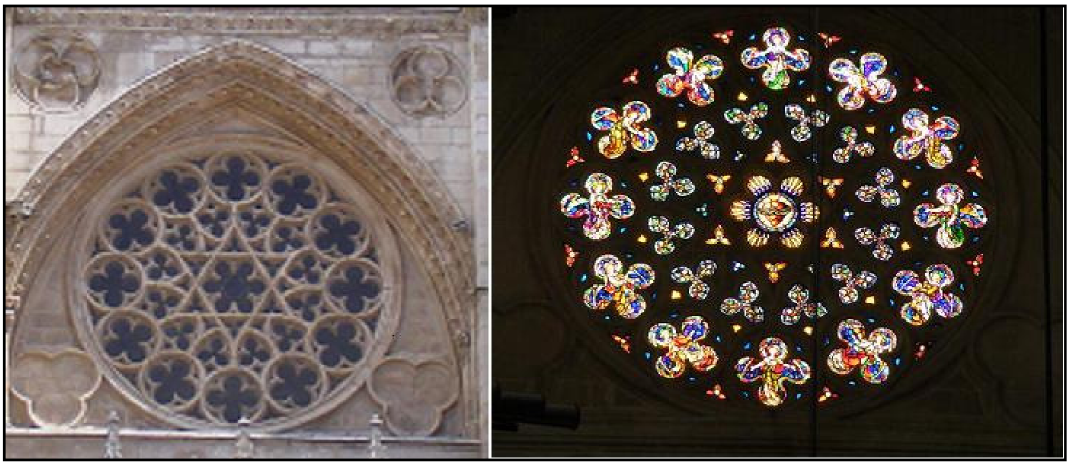
Fachada principal

«La Catedral de Santa María es un templo católico dedicado a la Virgen María situado en la ciudad española de Burgos. Su construcción comenzó en 1221, siguiendo patrones góticos franceses. Tuvo importantísimas modificaciones en los siglos XV y XVI: las agujas de la fachada principal, la Capilla del Condestable y el cimborrio del crucero, elementos del gótico avanzado que dotan al templo de su perfil inconfundible.

El estilo de la catedral es el gótico, aunque posee, en su interior, varios elementos decorativos renacentistas y barrocos. La construcción y las remodelaciones se realizaron con piedra caliza extraída de las canteras del cercano pueblo burgalés de Hontoria de la Cantera.

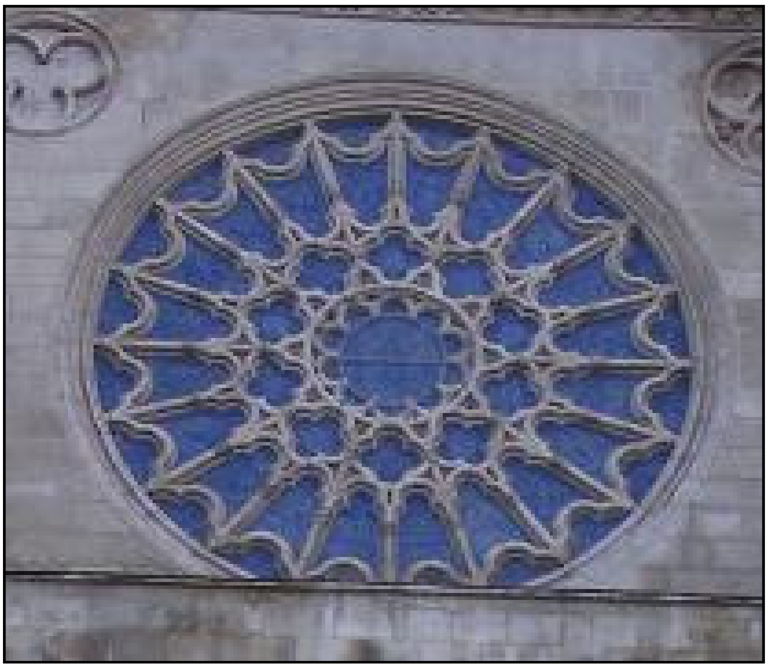
El diseño de la fachada principal está relacionada con el más puro estilo gótico francés de las grandes catedrales de París y Reims, mientras que el alzado interior toma como referencia a la Catedral de Bourges. Consta de tres cuerpos rematados por dos torres laterales de planta cuadrada. Las agujas caladas de influencia germánica se añadieron en el siglo XV y son obra de Juan de Colonia. En el exterior son sobresalientes también las portadas del Sarmental y la Coronería, góticas del siglo XIII, y la portada de la Pellejería, con influencias renacentistas-platerescas del siglo XVI.

De los tesoros arquitectónicos de su interior destacan dos: El grandioso cimborrio gótico-plateresco, y la capilla del Condestable, maravilla del gótico isabelino».



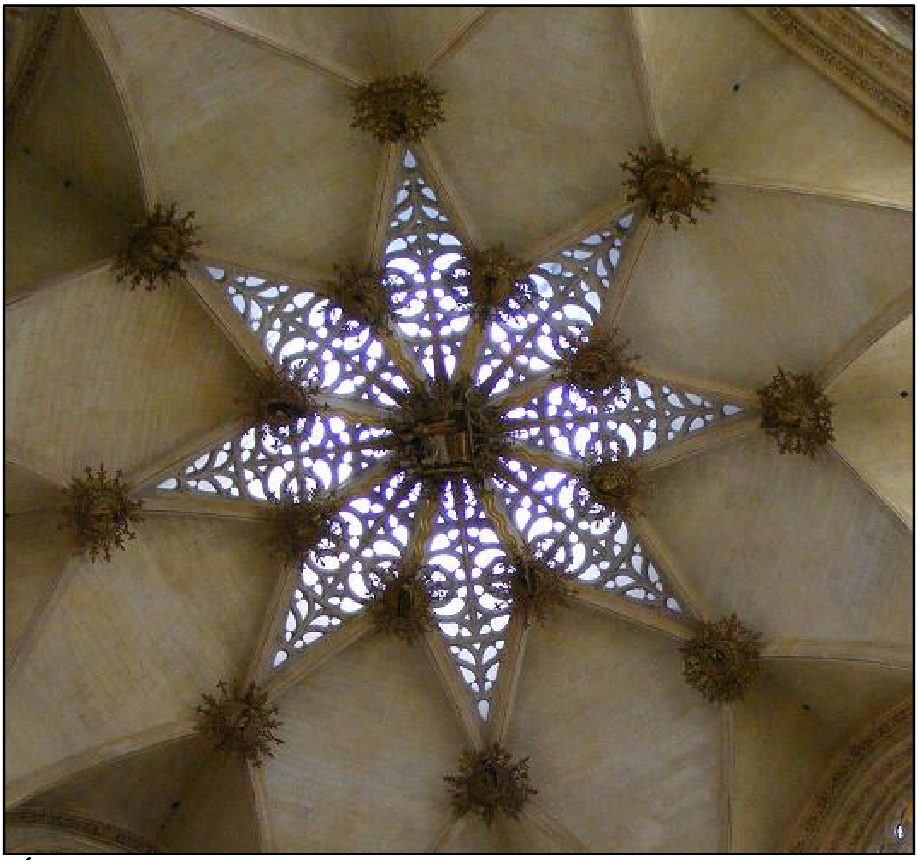
Rosetón de la fachada principal
Con forma hexagonal y 12 círculos exteriores

Fachada meridional
Catedral de Burgos



Rosetón de la fachada meridional con 20 divisiones


Cimborrio con forma de octograma en el crucero central


Ábside con estrella de 8 puntas de la capilla del Condestable.

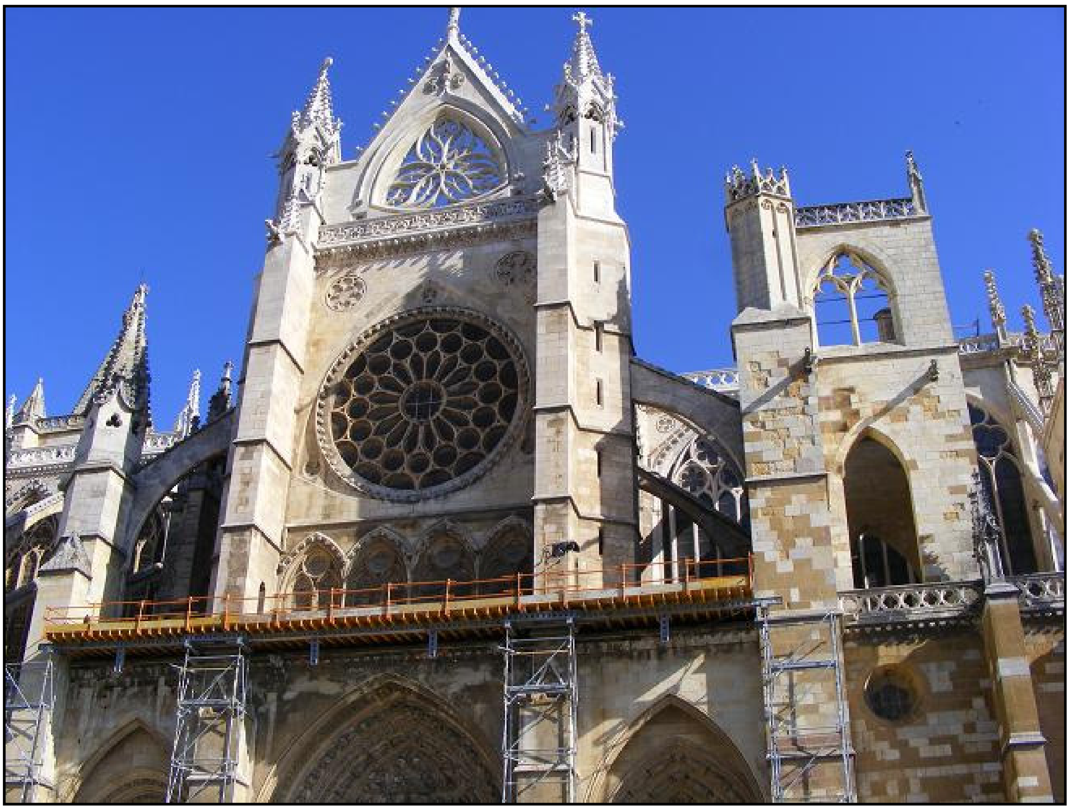
Catedral de León.

Fachada principal
Catedral de León

«La actual catedral de León, iniciada en el siglo XIII, presenta un diseño del más depurado estilo gótico clásico francés. Al igual que su hermana predecesora la catedral de Burgos, se inspira en la planta de la catedral de Reims, que bien pudo conocer el maestro Enrique. Al igual que la mayoría de catedrales francesas, la de León está construida con un módulo geométrico basado en el triángulo, cuyos miembros se relacionan con la raíz cuadrada de 3, al que responden la totalidad de sus partes y del todo. Este aspecto, como la planta, los alzados, y los repertorios decorativos y simbólicos convierten esta catedral en un auténtico edificio transpirenaico, alejado de la corriente hispánica y perteneciente a la más pura escuela de la Champaña francesa, que le ha merecido los calificativos de "la más francesa de las catedrales españolas" o el de "Pulchra Leonina", pues si sus rasgos formales se relacionan con el gótico champaniense, sus significados simbólicos y programa arquitectónico están estrechamente ligados con los de la catedral de Saint Denis, la catedral de Nôtre Dame de París y

la catedral de Reims. Geográficamente tampoco es ajena a aquel mundo, pues aunque levantada en la vieja capital de los reyes leoneses, la ciudad era uno de los hitos más importantes del Camino de Santiago, también llamado Camino Francés.

La planta de la catedral de León está inspirada en la de la catedral de Reims (reducida en un tercio), la estructura y la forma de las capillas de la girola (aquí poligonales) y el desarrollo del crucero. La influencia de la catedral de Chartres puede notarse en el pórtico occidental. La de León abandona en modelo de la catedral de Reims en los alzados a partir del cuerpo del triforio, pues aquí es diáfano y acoge los progresos técnicos conseguidos en la Sainte Chapelle y la catedral de Amiens».



Fachada sur
Catedral de León


Rosetón de la fachada principal con 24 divisiones


Rosetón de la fachada sur con 16 divisiones

Catedral de Toledo.

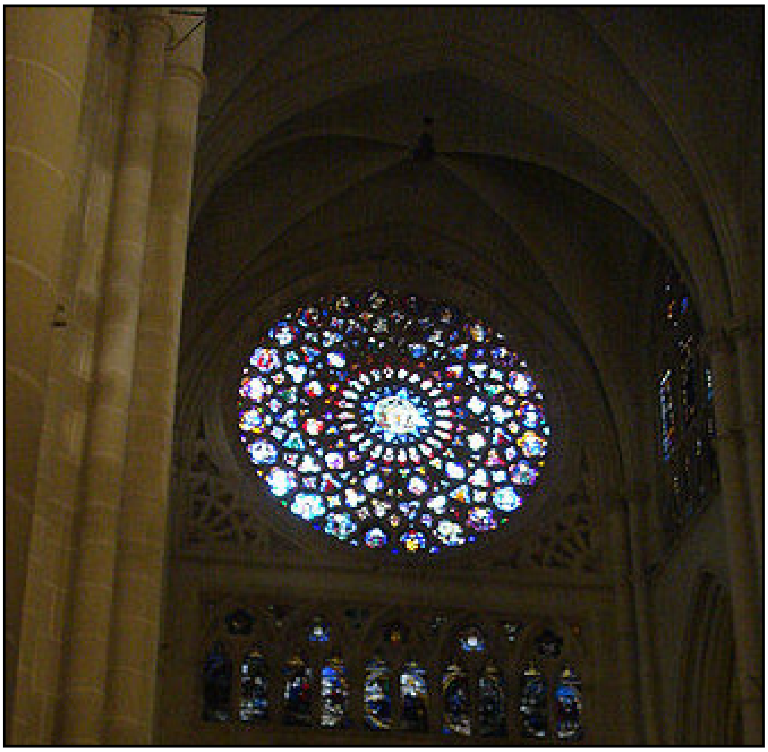
Fachada principal

«La catedral de Santa María de Toledo es un edificio de arquitectura gótica, considerado como el "magnum" del estilo gótico en España. Su construcción comenzó en 1226 bajo el reinado de Fernando III el Santo y las últimas aportaciones góticas se dieron en el siglo XV cuando en 1493 se cerraron las bóvedas de los pies de la nave central, en tiempos de los Reyes Católicos.

La estructura del edificio tiene gran influencia del mejor gótico francés del siglo XIII pero adaptado al gusto español. Consta de 5 naves más crucero y doble girola. Las naves externas presentan una anomalía extraña al ser algo más anchas que las otras dos. La parte más antigua del templo es la cabecera que mantiene en su arquitectura los triforios originales que se extendían a lo largo de las naves de donde fueron suprimidos en una de tantas reformas y evoluciones que sufrió la catedral. Todavía en época del gótico, estos triforios fueron sustituidos por los grandes ventanales-vidrieras. Los que se conservan de la cabecera son de influencia mudéjar. El más bajo está compuesto de arquillos lobulados que descansan en columnas pareadas y el alto presenta unos arcos entrecruzados típicos del mudéjar. No se sabe si estos temas mudéjares existían en la anterior mezquita y fueron *copiados como recuerdo o bien se añadieron en una de las mejoras y enriquecimiento de la fábrica, como algo original y de buen gusto.*

Los tramos de la girola correspondientes a las distintas capillas se solucionaron con plantas alternativas de rectángulos y triángulos, lo que hizo que cada capilla fuera de distinto tamaño, más grandes las rectangulares y más pequeñas las triangulares. Esta manera de distribuir la cabecera puede verse en las catedrales francesas de Nôtre Dame en París, Bourges y Le Mans, siendo esta última la más parecida, aunque las tres son más esbeltas en conjunto que la española».

Detalle de la fachada norte con el rosetón de 12 círculos exteriores
Catedral de Toledo



**Rosetón de la fachada principal con 24 círculos
Catedral de Toledo**

**Detalle del artesonado de la Sala del Tesoro
Catedral de Toledo**

Los rosetones.

«Puede parecernos hoy curioso, pero los números 3, 5, 7 y 9 eran considerados por algunas logias y sociedades de constructores como sagrados».

Estructura de rosetón
Museo de la Catedral de León

Los rosetones son los ventanales con forma de círculo que sostienen las vidrieras que ornamentan las fachadas de numerosas iglesias, monasterios, abadías y de forma especial de las catedrales de estilo gótico. Precisamente esta forma de ornamentación se introdujo durante la Edad Media como una de las novedades más trascendentes de este tipo de construcciones y su finalidad estaba motivada por la gran importancia que se dio a que la luz inundara los edificios de carácter religioso. Sin duda que fue este el propósito que dio lugar al nuevo estilo, el gótico, que se caracterizó por lograr el adelgazamiento del grosor de los muros con el objetivo primordial de dotarla de amplios ventanales y vidrieras, para que la luz y el color desplazaran a la oscuridad y a las pinturas murales de los interiores.

Y de estas nuevas formas arquitectónicas, los rosetones fueron los elementos más extraordinarias de decoración, ya que se colocaron en los lugares más privilegiados y llamativos de las catedrales, como son las fachadas, y cuyas formas respondían a conceptos sagrados de la geometría: la circunferencia y su división en partes iguales formando variadas simetrías.

Las catedrales tienen el ábside orientado hacia el sudeste, la fachada principal hacia el noroeste, y el crucero formado por los dos brazos de la cruz, de nordeste a sudoeste. En consecuencia, con esta disposición, la mayoría cuentan con tres rosetones, uno en la fachada de la portada principal y dos en las fachadas de las portadas laterales, correspondientes al crucero. Y no siempre son iguales, ya que por lo general suelen ser diferentes, no solo en el tamaño, sino también en las formas, en la cantidad de las nervaduras o número de divisiones, o en la disposición de los entramados de sus dibujos.

El rosetón central es el que recibe los rayos del sol poniente, es por tanto el gran rosetón, el de la fachada principal, que suele ser de mayor esplendor y tamaño que los otros dos. Sus formas y su nombre recuerdan al de una rosa, aunque la mayoría se distinguen por los nervios y círculos que, partiendo del centro, sustentan todo el conjunto circular. Son siempre simétricos y precisamente son esos nervios los que recuerdan los radios o los ejes de una circunferencia, siendo sus divisiones muy heterogéneas, casi siempre múltiplos de tres, cuatro, de cinco, de seis, o de siete. Los hay de cinco divisiones, de seis, de ocho, de diez, de doce, de catorce, de dieciséis, de veinticuatro. etc. Muchos de ellos combinan en estos nervios las formas rectas y curvilíneas, con círculos o semicírculos.

El aspecto fundamental por el que se destaca esta forma de ornamentación es que, en su práctica totalidad, los maestros que los idearon y los dibujaron, utilizaron únicamente un compás y una escuadra. Sería muy aventurado afirmar que en alguno de ellos, las líneas rectas y curvas que se entrecruzan marcan ese punto por el cual se podría trazar una línea recta que resultara ser la que resolviera el problema de la cuadratura. Esto es algo que no ha de descartarse. Por ello, son los elementos que más llaman la atención, fundamentalmente en los templos góticos construidos durante la Edad Media, en los que los Maestros de Obra, quienes eran los principales responsables de su diseño, eran con toda probabilidad miembros de esas sociedades secretas, en especial de las logias o hermandades pertenecientes a la masonería.

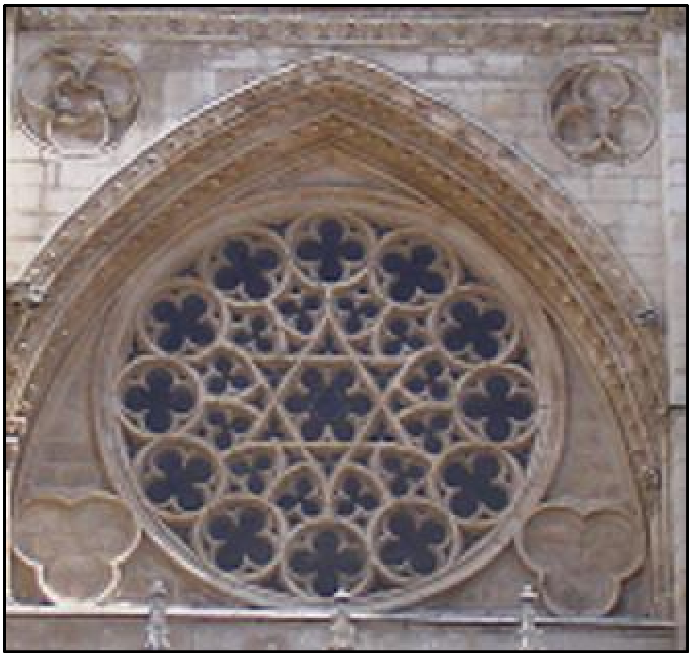
El nombre de rosetón y su forma parecida a la de una rosa, relaciona también estos elementos decorativos con una de las sectas más conocidas en la Edad Media, la de los Rosa-Cruces.

Veamos con detalle algunos ejemplos representativos:

Rosetón pentagonal
Catedral de Cáceres

Rosetón con pentagrama de trazos circulares
Catedral de Plasencia. Cáceres

Rosetón hexagonal
Catedral de Valencia



Rosetón con una estrella hexagonal central
Catedral de Burgos

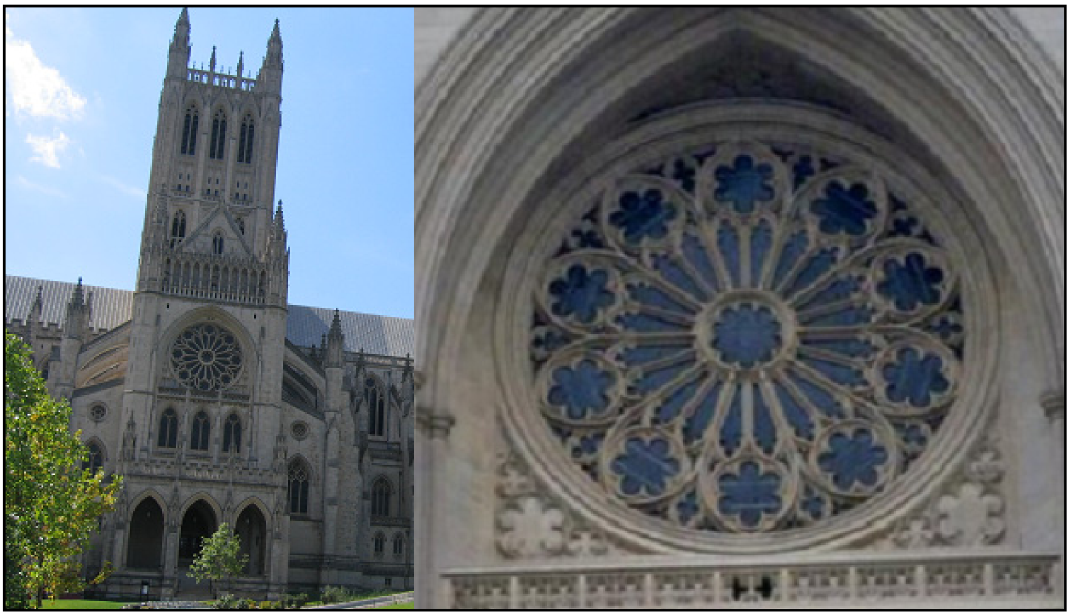
Rosetón mudéjar con estrella de 7 puntas
Iglesia de Santa Tecla
Cervera de la Cañada. Zaragoza

Rosetón con 8 divisiones
Iglesia de San Gil
Burgos

Rosetón con 10 divisiones.

Iglesia de las Salesas

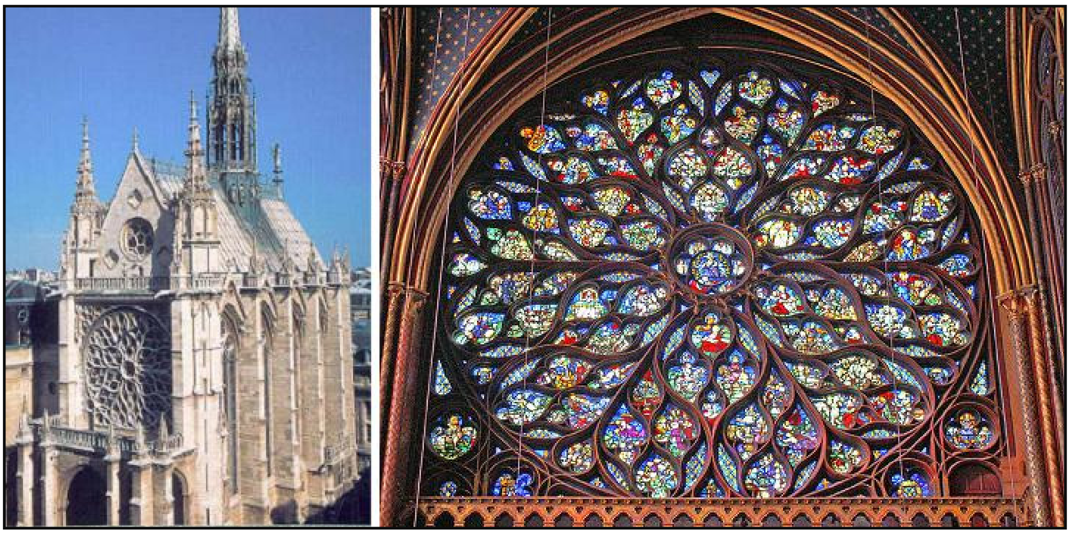
Burgos



Rosetón con 10 círculos exteriores y 20 divisiones

Catedral Nacional de Washington

Rosetón con 12 divisiones.
Iglesia de San Pedro
Ávila



Rosetón con 12 divisiones
Sainte-Chapelle
París

Rosetón con 14 divisiones

Iglesia templaria de Santa María la Blanca
Villalcázar de Sirga. Palencia

Rosetón con 14 divisiones

Iglesia de San Pedro de los Francos
Calatayud

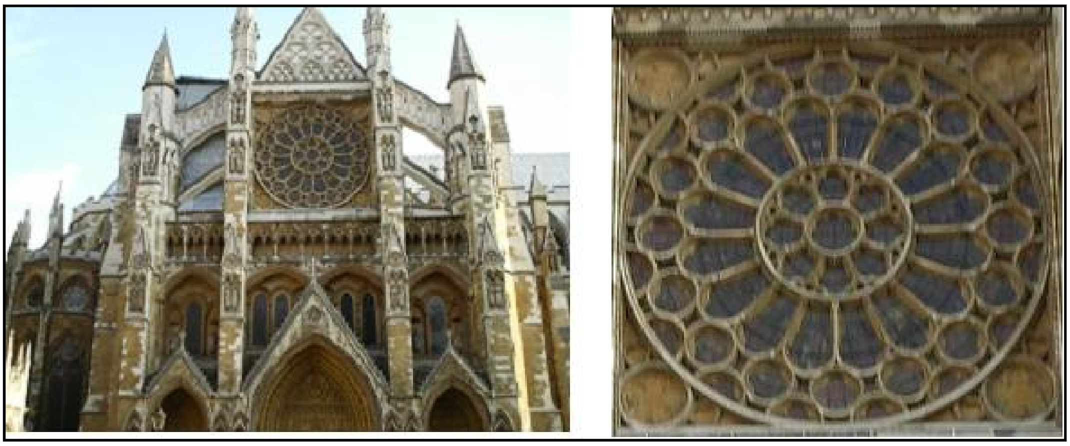
Rosetón con 16 divisiones

Monasterio de las Huelgas

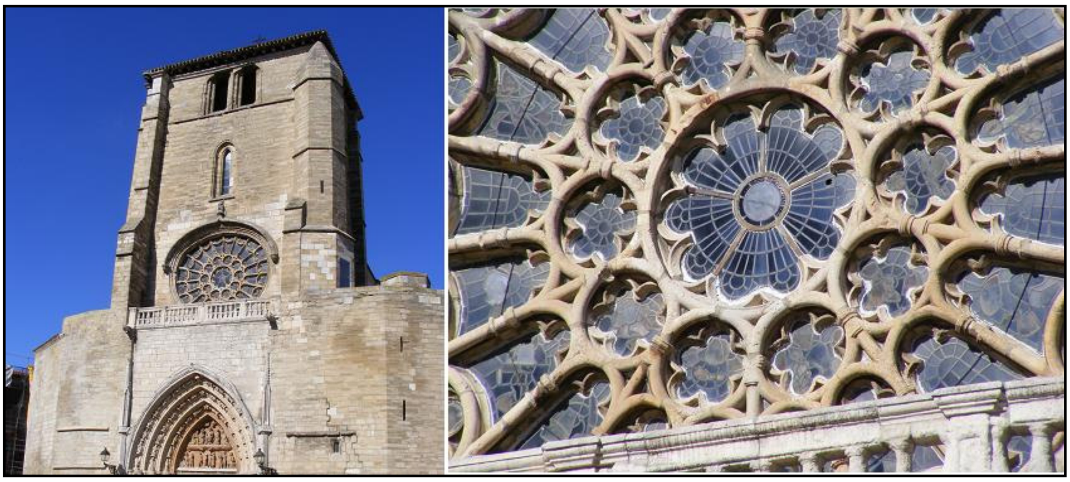
Burgos

Rosetón de 16 divisiones

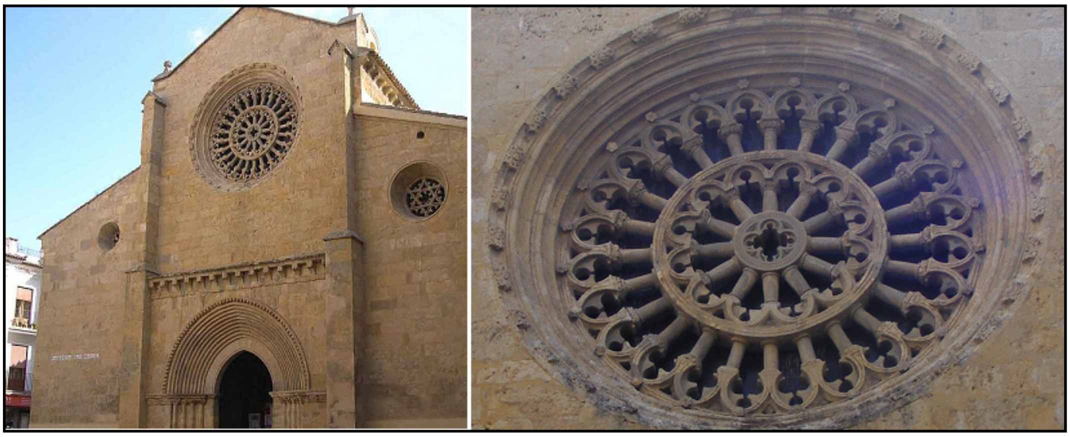
Catedral de Granada



Rosetón con 16 divisiones
Abadía de Westminster
Inglaterra



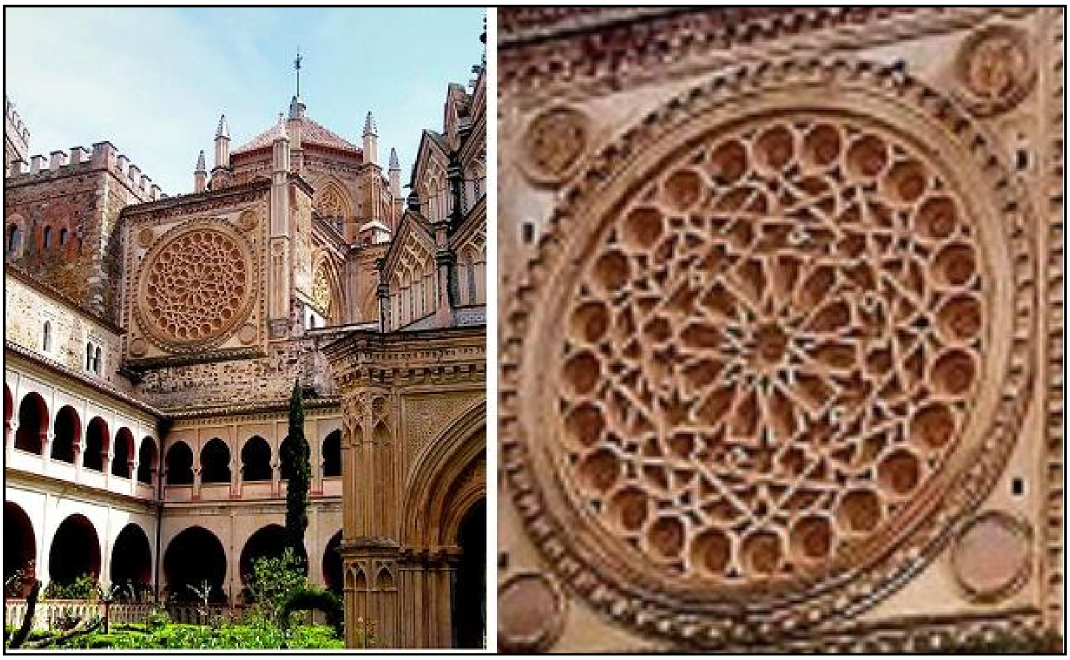
Rosetón con un pentágono central, 10 círculos pentagonales intermedios, y 20 divisiones exteriores.
Iglesia de San Esteban
Burgos



Rosetón de 24 divisiones.

Iglesia de San Miguel

Córdoba



Rosetón de estilo mudéjar con 12 divisiones y 24 círculos en el exterior.

Monasterio de Guadalupe

Cáceres

Rosetón de 32 divisiones

Todos estos ejemplos son símbolos que están relacionados con la arquitectura y la geometría, fundamentalmente con la época medieval, y cualquiera que fueran los estilos, tienen en común algo que resulta trascendente a lo largo de esos siglos, y es que todos los elementos decorativos que se han mostrado en este capítulo, fueron diseñados y dibujados de una forma manual, utilizando exclusivamente la regla o la escuadra y el compás. Y la perfección con la que todavía hoy y en el futuro podrán seguir siendo admirados, se debe a que fueron reproducidos con gran precisión a escala, gracias a que fueron diseñados con unas proporciones adecuadas, que los maestros arquitectos y los artistas decoradores conocían muy bien.

Los laberintos de las catedrales góticas.

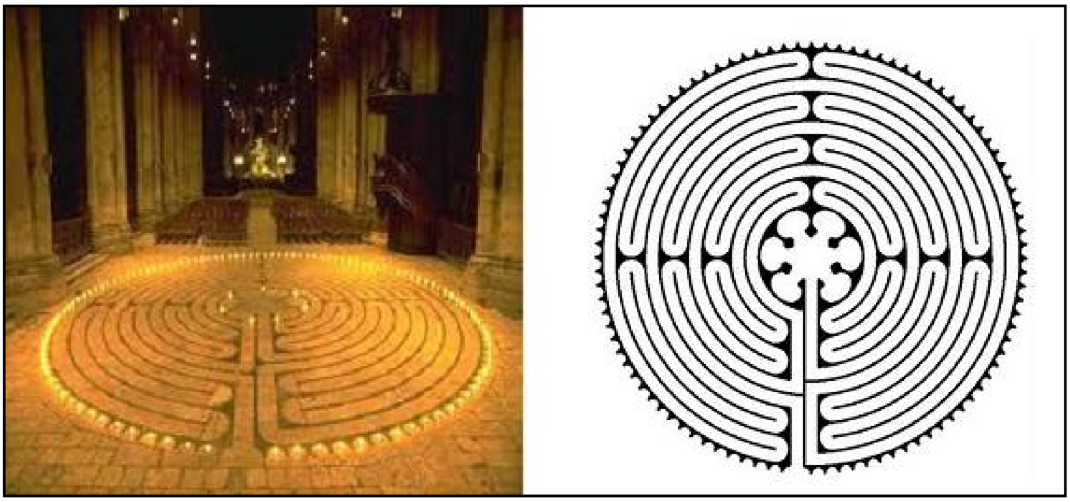
La ornamentación del suelo de las catedrales góticas era comúnmente el embaldosado, o el enlosado de placas pintadas. En algunas catedrales francesas, esta ornamentación se complementa con unos laberintos trazados sobre el suelo, en la intersección de la nave central y el crucero. Dichos laberintos todavía se conservan en las catedrales de Amiens, Chartres, Reims y algunas más. Lo más curioso es que la geometría de estos laberintos responde a la forma octogonal, mediante la colocación de losas de distinto color que conforman una serie de círculos concéntricos que marcan el camino que recorre el laberinto desde el exterior hasta el centro.

No se ha encontrado ninguna relación, pero estas formas de laberintos se utilizaron en muchas construcciones de la antigüedad, principalmente griegas y egipcias. Si bien no se puede concretar con precisión, una finalidad que no fuera la de sentir *una fuerza mística o espiritual* por quienes los recorrieran, es evidente que existen diversas cábalas o fabulaciones acerca de posibles connotaciones esotéricas.

El laberinto de la catedral de Amiens tiene una forma totalmente octogonal, conservando esta forma todos los *senderos* que componen su recorrido y finaliza en su parte central con la figura de un círculo, dentro del cual se representan una serie de imágenes y símbolos.

Laberinto de la catedral de Amiens

El laberinto de la catedral de Chartes tiene forma circular, y su recorrido está a su vez está dividido en cuatro cuartos, presentando en su círculo central un dibujo con forma de flor hexagonal.



Laberinto de la catedral de Chartres

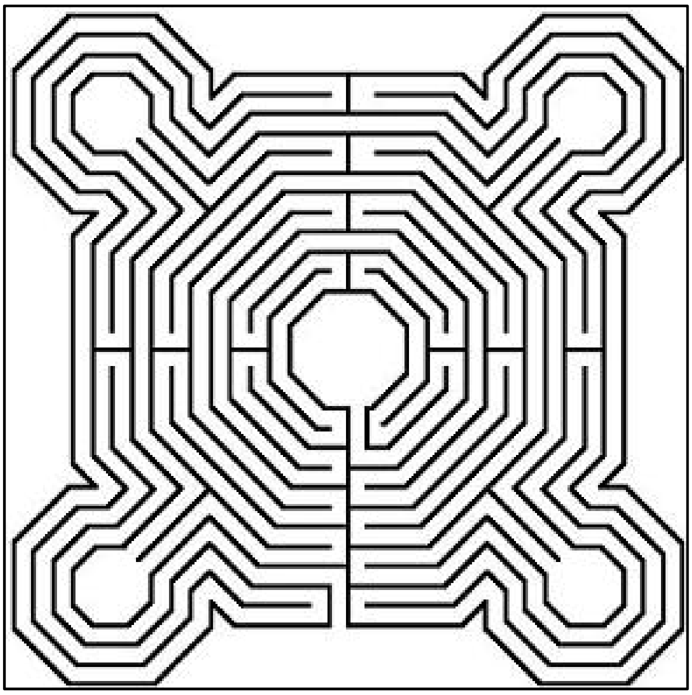
«Uno de los elementos más famosos de la catedral de Chartres es el laberinto trazado sobre el pavimento que data de 1205. Es un alicatado circular de 13 metros de diámetro situado en el eje de la nave central en el que baldosas blancas y negras forman un estrecho sendero con múltiples circunvoluciones que conducen al centro. Parece ser que en este círculo central existió una placa de bronce o latón con las figuras de Teseo, Ariadna y el Minotauro. Ésta fue retirada y fundida durante la Revolución francesa para fabricar cañones.

En la Edad Media existían numerosas iglesias con laberintos de este tipo que han ido desapareciendo en épocas posteriores. El sendero del laberinto representaba una peregrinación simbólica que el peregrino debía recorrer a pie o de rodillas hasta la roseta central.

Las medidas y el trazado de este tipo de laberintos tiene un profundo y complejo simbolismo numerológico y filosófico que tiene su origen al parecer en conocimientos esotéricos con origen en oriente.

El laberinto tiene once círculos concéntricos y la particularidad de tener el mismo diámetro que el rosetón oeste y de distar del umbral de la entrada la misma longitud que la altura de este, por lo que si la fachada se extendiera sobre el suelo interior el rosetón coincidiría con el laberinto».

El laberinto de la catedral de Reims tiene todas sus formas completamente octogonales, tanto en su contorno, en cuatro de sus esquinas exteriores, en todo su trazado y en su centro que es octógono.



Laberinto de la catedral de Reims

Las marcas de los canteros.

De los diferentes gremios que formaban parte de la actividad dedicada a la arquitectura y la construcción, en lo referido a los símbolos destacan los maestros albañiles o canteros, por las marcas personales o signos particulares, que estos dejaban en las piedras y sillares que tallaban. En numerosas iglesias románicas y catedrales góticas se pueden ver estas marcas, ya que en muchas de las piedras, al ser colocadas, quedaban a la vista.

Dichas marcas personales eran utilizadas desde la más remota antigüedad y con ellas, los canteros indicaban aquellas piedras que habían tallado. El motivo principal era facilitar la identificación de cada trabajador para percibir la remuneración correspondiente al trabajo realizado, como si estos signos fueran una especie de señal o firma del trabajador. Sin embargo, también es probable que entre los masones, estas marcas les identificaran en su pertenencia a una determinada logia. Es precisamente entre la masonería, donde estos signos han podido ser considerados como ideogramas, de carácter astrológico o con significaciones mágicas.

Es importante resaltar que estas marcas podrían representar una simbología, aunque de difícil concreción, debido precisamente al hecho de que aparezcan visibles en los lugares más sagrados de los templos, como si de un privilegio se tratara, el permitir que se perpetuara la memoria de aquellos maestros canteros más destacados o que sirviera de estímulo en la realización del trabajo.

Entre las marcas que utilizaban, resulta habitual la utilización de objetos simbólicos o alegóricos, y aunque estos pudieran ser muy diversos, la mayoría pueden ser encuadrados dentro de grupos o categorías. Así los más utilizados eran las letras o monogramas, góticos o masónicos, los emblemas de arquitectura o geometría, y símbolos místicos, herméticos o astrológicos.

Esta catalogación de las señales y marcas en las piedras, podría ser considerada como una muestra evidente de la existencia y difusión que llegaron a tener dentro de la masonería, y en especial durante los siglos que abarcaron el período del románico y del gótico, sobre todo en las construcciones de carácter religioso.

Como muestra de estas curiosas marcas, se reproduce una imagen con una marca que aparece en varios bloques de piedra, en una capilla de la iglesia catedral de San Isidoro de León, y que tiene unas curiosas formas geométricas.

Marca de cantero con formas geométricas

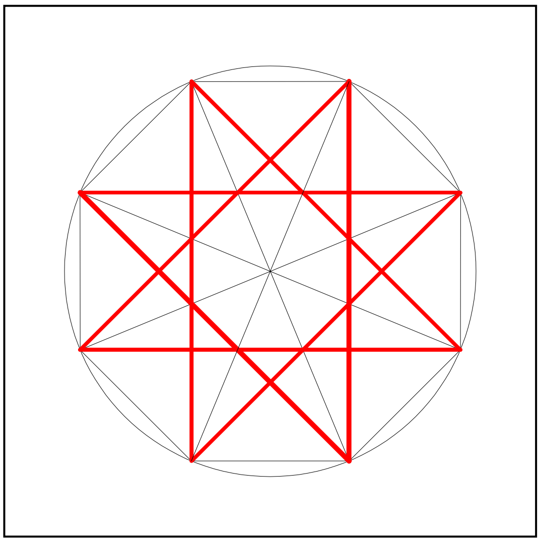
3

GEOMETRÍA

«Todas estas formas geométricas básicas pueden ser fácilmente realizadas por medio de dos herramientas que los geómetras han usado desde los albores de la historia: la escuadra y el compás».

El octograma.

«El Octograma o estrella de ocho puntas es un símbolo de la plenitud y la regeneración y su relación con los sistemas asociados al ocho como los Trigramas del I Ching, la rueda pagana del año y el Ogdoad del antiguo Egipto. Es una estrella de ocho puntas que parece representar un sol radiante con ocho rayos».



Octograma

El dibujo de un octograma tiene la característica especial en su trazado, que consiste en dibujar una estrella de ocho puntas de un solo trazo. Para ello se ha de dividir la circunferencia en ocho partes iguales (un octógono) y desde una cualquiera de las marcas se van trazando las ocho líneas rectas mediante la unión de cada marca con la tercera siguiente consecutiva, en el sentido de las agujas del reloj, hasta finalizar en la marca de origen.

Octograma en la tapa de una edición de
Las moradas filosofales, de Fulcanelli

«La estrella de ocho puntas en el esoterismo islámico, hace referencia a los 4 profetas principales y a los 4 ángeles mayores que sujetan el Trono de Dios».

Un ejemplo destacado de octograma es el que figura en el Pendón de las Navas de Tolosa, un estandarte musulmán que el rey Alfonso VIII de Castilla arrebató al califa almohade Muhammad An-Nasir en el año 1212, tras vencer en la Batalla de las Navas de Tolosa. En la actualidad se halla expuesto en el museo del Monasterio de las Huelgas, en Burgos.

Octograma. Detalle central
Pendón de las Navas de Tolosa

El pentagrama.

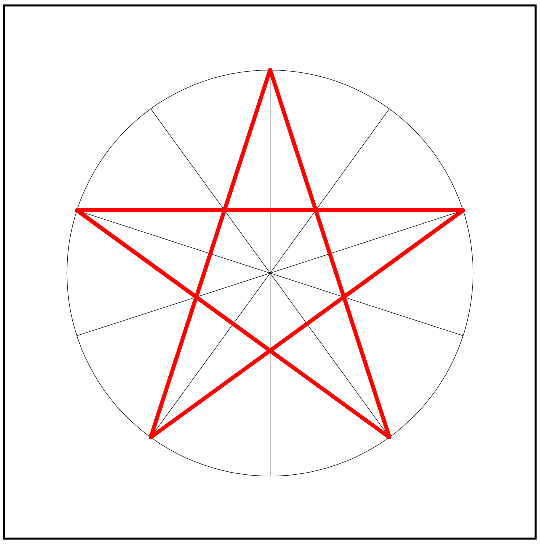
«El pentagrama o tetragrammatón tuvo una importancia enorme, y de forma muy especial, para los miembros de la Sociedad Pitagórica. Éstos consideraban a su equivalente numérico, el cinco o pentada, el "número del hombre y de la naturaleza viviente, del crecimiento y la armonía natural, del movimiento del alma". Era además el número de la perfección humana y simbolizaba al hombre microcósmico. Además, los pitagóricos consideraban el pentagrama como símbolo de la salud, y lo utilizaban como contraseña secreta o signo de reconocimiento entre ellos. Entre otras características, el pentagrama contiene en sus proporciones el número áureo, phi, o "divina proporción".

Esta fascinación de los pitagóricos por el pentagrama fue heredada por los constructores medievales y, de este modo, podemos encontrar este símbolo en numerosos edificios levantados por ellos. Un estudioso como el profesor Santiago Sebastián, especialista en iconografía y simbología señala, al referirse a la importancia de la geometría en los templos románicos, que la "más importante como figura clave fue el pentágono, que poseía la llave de la geometría y de la sección áurea e incluso poseyó poderes mágicos".

La Estrella de Cinco Puntas es un símbolo del hombre, no sólo por su parecido físico al Hombre Geométrico de Vitrubio, sino porque sus lados encierran la proporción áurea, número misterioso que aparece en todas las formas de vida y en el hombre. Y, cómo no, también encontramos esta sugerente figura en la simbología masónica, detalle nada extraño si tenemos en cuenta que buena parte de su iconografía procedía de los masones operativos, los maestros constructores de la Edad Media. En la masonería actual es conocido como "estrella flamígera".

Para muchos el Pentagrama es conocido como Estrella de Salomón y se usa en las tradiciones y rituales mágicos árabes, así como en los rituales judíos. La Estrella Flamígera o Pentagrama Esotérico y también llamada la Estrella de los Magos, trazada adecuadamente en el pavimento o en el muro principal de las Logias o en los Centros de Estudios Herméticos solo es un bello y original adorno, sino también es un poderoso condensador de luz astral que enfoca la atención de los hombres hacia lo misterioso, controla la influencia perversa de las malas entidades, y atrae la bendición y ayuda de los Seres de la Luz».

El dibujo de un pentagrama tiene también la característica de que se puede dibujar una estrella de cinco puntas de un solo trazo. Para ello se ha de dividir la circunferencia en diez partes iguales y desde una cualquiera de las marcas se van trazando las cinco líneas rectas uniendo cada marca con la cuarta siguiente consecutiva, en el sentido de las agujas del reloj, hasta finalizar en la marca de origen.



Pentagrama

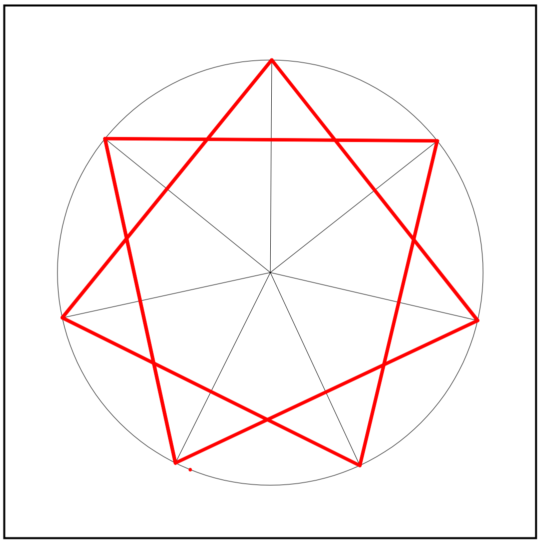
Tanto el octograma como el pentagrama son dibujos geométricos que, como vemos en las referencias anteriores, tienen una carga simbólica dentro de culturas diversas, y son signos que aparecen representados en construcciones muy destacadas, como en uno de los rosetones de la Catedral de Amiens o en el cimborrio principal de la Catedral de Burgos.

Como hemos visto en las anteriores referencias, a estos dibujos se les atribuyen diferentes significados ocultos, que con toda seguridad eran bien conocidos por quienes los utilizaron y colocaron en lugares privilegiados de grandiosas construcciones.

El heptagrama.

El heptagrama, al igual que el octograma y el pentagrama, tiene la misma característica y es que únicamente son estos tres estrellas las que se pueden obtener mediante el trazo continuado de líneas que parten y terminan en un mismo punto. Sin embargo, y a diferencia de los otros dos, del heptagrama apenas existen referencias fiables acerca de sus posibles significaciones o contenidos ocultos que, referidas al pasado, puedan ser tenidas en consideración.

El dibujo de un heptagrama tiene también la característica de que se puede dibujar una estrella de siete puntas de un solo trazo. Para ello se ha de dividir la circunferencia en siete partes iguales, y desde una cualquiera de las marcas se van trazando las siete líneas rectas, uniendo cada marca con la segunda siguiente consecutiva, en el sentido de las agujas del reloj, hasta finalizar en la marca de origen.

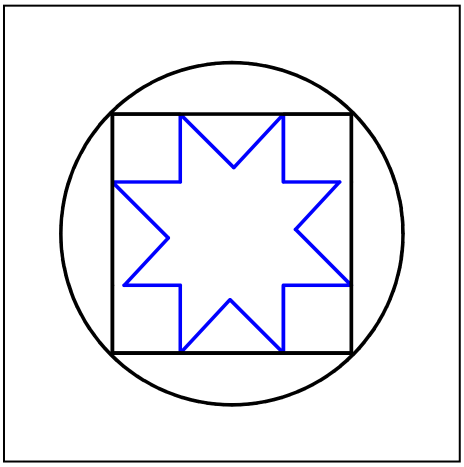


Heptagrama

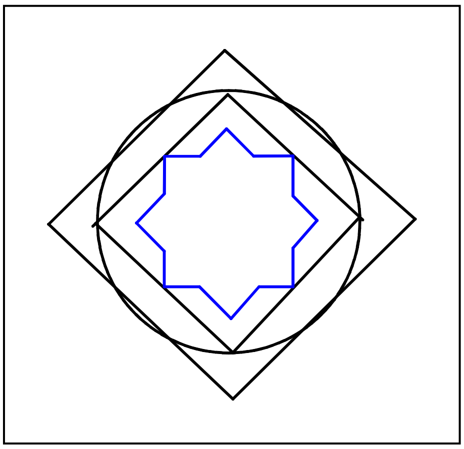
Hay otros muchos dibujos geométricos que forman los elementos decorativos de numerosas construcciones, tanto de carácter religioso como civil, y pertenecientes a diferentes culturas, que admiramos con frecuencia pero de los que pasamos por alto sus posibles significados o las intenciones secretas de quienes los diseñaron y construyeron.

Dibujos geométricos.

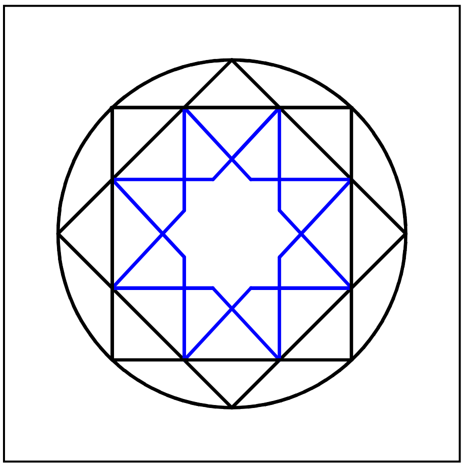
Todos los dibujos geométricos decorativos que podemos admirar en numerosas construcciones de diferentes lugares y culturas, tienen un punto en común, y es que todos se diseñan siempre a partir de una circunferencia.



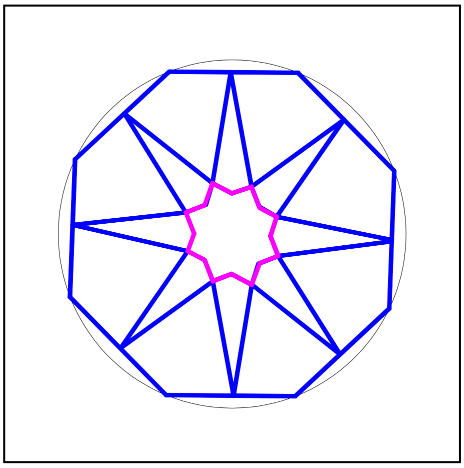
Decoración mudéjar



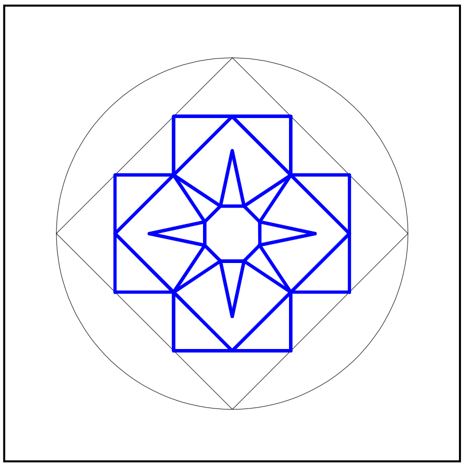
Decoración mudéjar



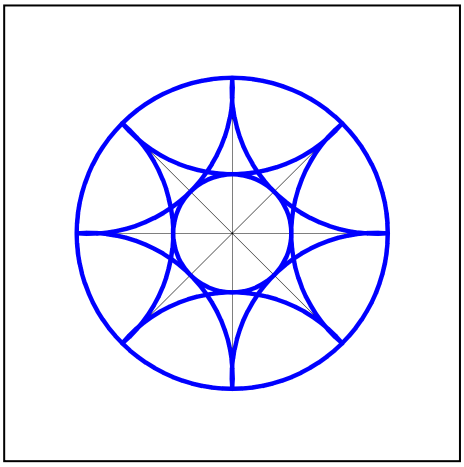
Decoración mudéjar



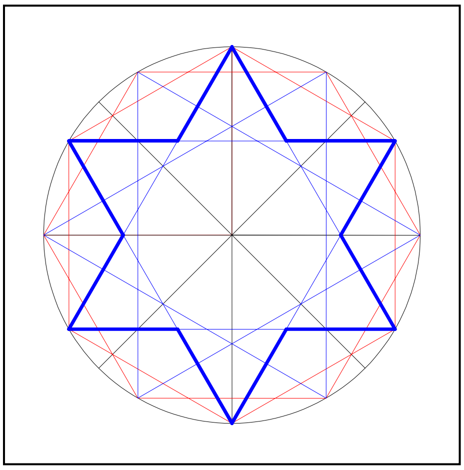
Mosaico en el museo de Toledo



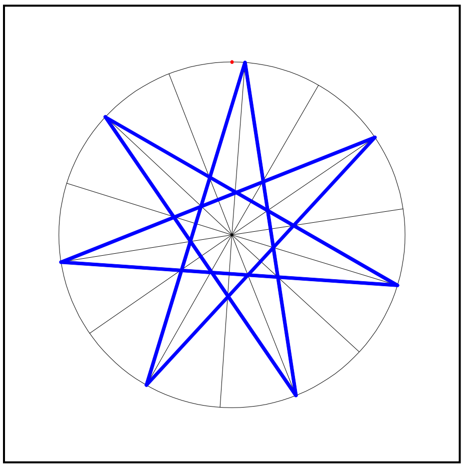
Mosaico en la catedral de Burgos



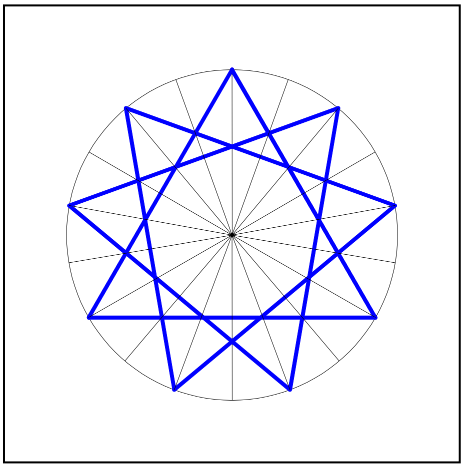
Rosetón de la Iglesia de San Gil. Burgos



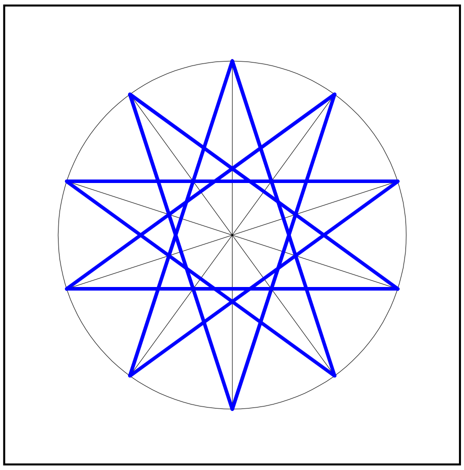
Estrella de 6 puntas



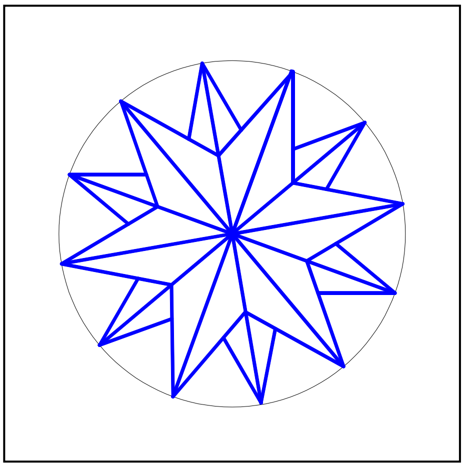
Estrella de 7 puntas



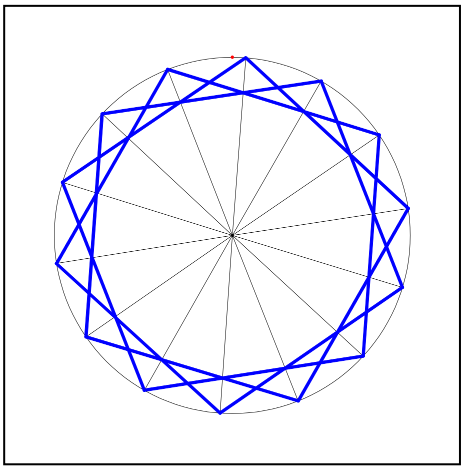
Estrella de 9 puntas



Estrella de 10 puntas



Estrella de 12 puntas

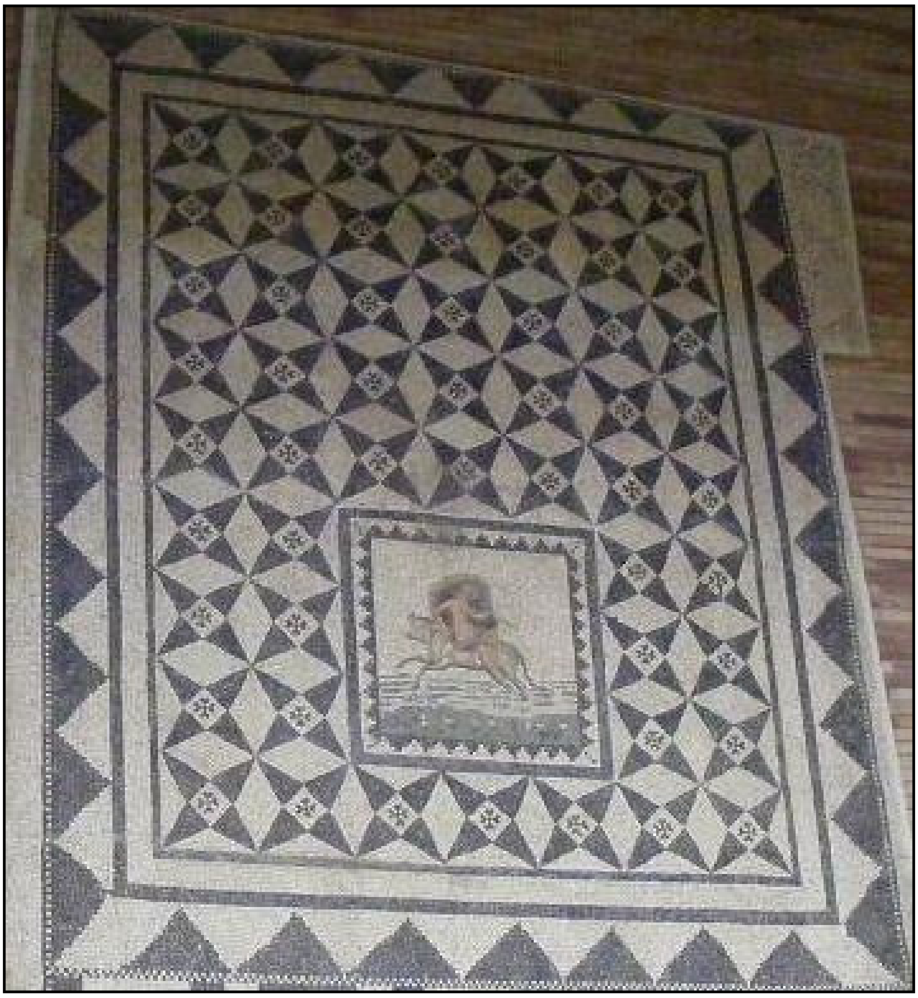


Estrella de 14 puntas

Motivos geométricos de ornamentación.

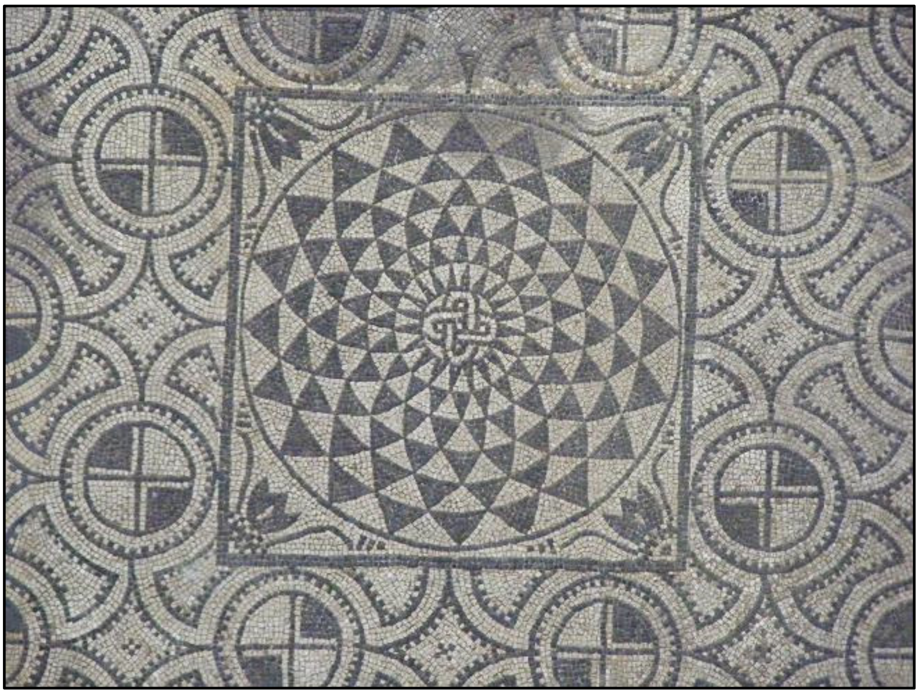
Todas las culturas han utilizado los motivos geométricos para la ornamentación y decoración de sus monumentos y edificios. Pinturas murales, mosaicos, pavimentos, etc.

A continuación una pequeña muestra de algunos ejemplos en los que se utilizaron como motivo principal la circunferencia, el cuadrado, el octógono, o las formas de estrella.



Mosaico romano
Museo de Mérida

Mosaico romano
Museo de Mérida



Mosaico romano
Museo de Mérida

Mosaico romano con forma octogonal
y estrella de 8 puntas

Mosaico romano con forma de octógono

Detalle de un sarcófago templario
Catedral San Magnus en Kirkwall

Detalle sobre pórtico de casa medieval
Bierge. Huesca

Stella Maris
Iglesia de Susín. Huesca

Pavimento
Catedral de Burgos

Pavimento
Museo de Toledo

Pavimento
Museo de Toledo

La división de la circunferencia en partes iguales.

Recordemos cómo se realizan las divisiones más elementales de la circunferencia en partes iguales, necesarias a su vez para dibujar los polígonos regulares más comunes. Teniendo presente que todos los ejemplos siguientes han sido realizados con un programa informático de dibujo, empleando los mismos pasos que durante muchos siglos, quizás milenios, realizaron los artesanos y los maestros decoradores, de forma manual, utilizando el compás y la regla.

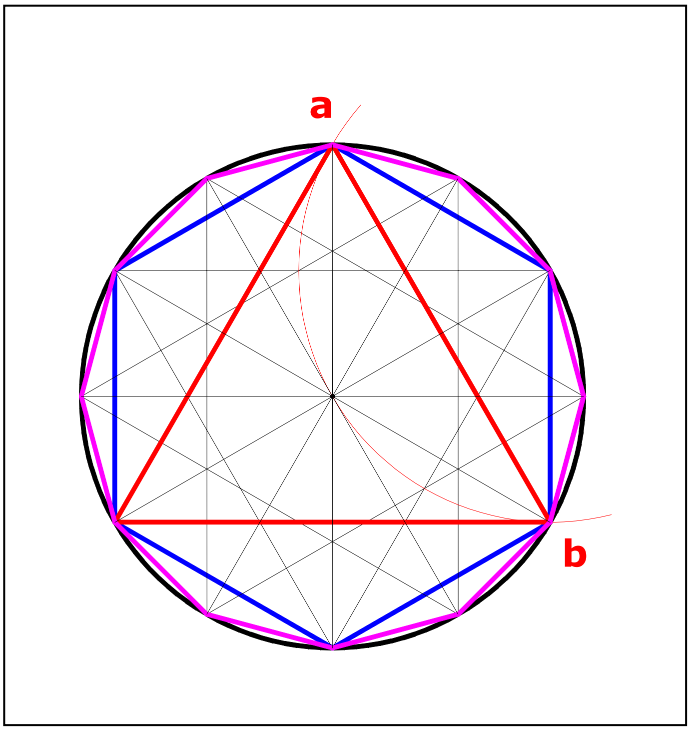
La división más simple es la de seis partes iguales, para trazar la figura de un triángulo equilátero o un hexágono, ya que las marcas se realizan con la misma apertura de compás con la que se dibujó la circunferencia, debido a que la medida del radio divide el perímetro circular en seis partes exactamente iguales.

Y por resultar la más simple, podría ser considerada como la más trascendental de todas, si se valoran y comparan los conceptos *analógico* y *digital.* El primer concepto representa lo absoluto, mientras que el segundo representa lo relativo. Las divisiones con el compás son absolutas, exactamente iguales unas a otras, mientras que las divisiones de sus valores numéricos, siempre dan un resto de decimales que hay que *redondear* o *despreciar.*

En el caso de la circunferencia y del círculo, esa relación se establece entre el perímetro o la superficie y el radio. Así, resulta que la relación absoluta entre la circunferencia y su radio es el compás con el que se traza, mientras que la relación relativa son sus respectivos valores numéricos y se representa mediante un valor constante π que tiene como característica especial un número de decimales indefinido, casi inacabable, por lo que a dicha constante se la conoce como un *número trascendente.*

El trazado común para de realizar las divisiones es siempre partiendo de uno de los ejes de la circunferencia, para trazar un segundo eje perpendicular al anterior, y a continuación seguir marcando nuevas referencias que nos llevaran a obtener el resultado deseado. Dicho eje o para dividir en dos una distancia concreta, se sitúa un extremo del compás sobre cada punto y se marcan sucesivamente los dos puntos equidistantes, uniéndolos a continuación con una línea.

División de la circunferencia en 3, 6, 12 partes iguales.



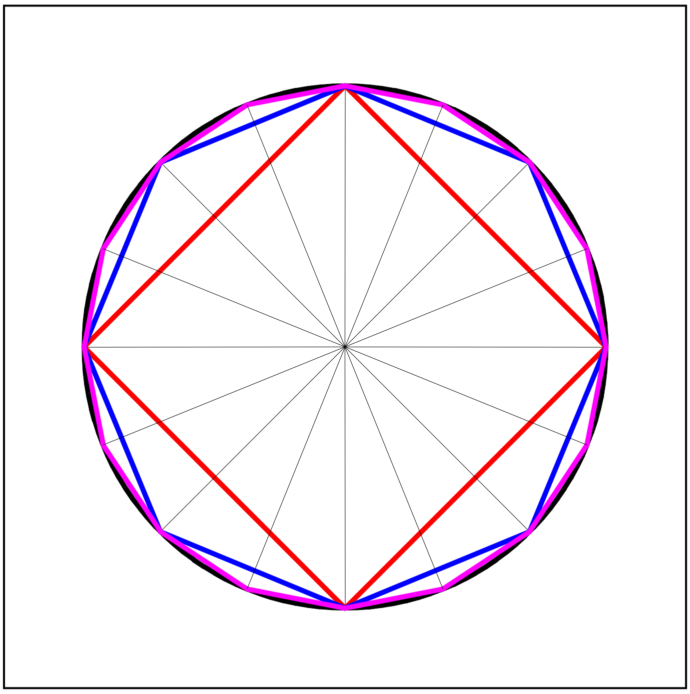
Para realizar esta división, se sitúa el compás sobre un punto del eje vertical y con la misma abertura que el radio, se marcan sobre el perímetro circular los otros cinco puntos de forma consecutiva.

Para trazar el triángulo se unen con líneas dos puntos alternos (a con b) hasta completarlo.

Para trazar el hexágono se unen con líneas los seis puntos de forma consecutiva.

Para trazar un dodecágono se divide por la mitad uno de los lados del hexágono, se toma esta medida con el compás, se marcan los puntos intermedios y se unen las doce líneas de forma consecutiva.

División de la circunferencia en 4, 8, 16 partes iguales.

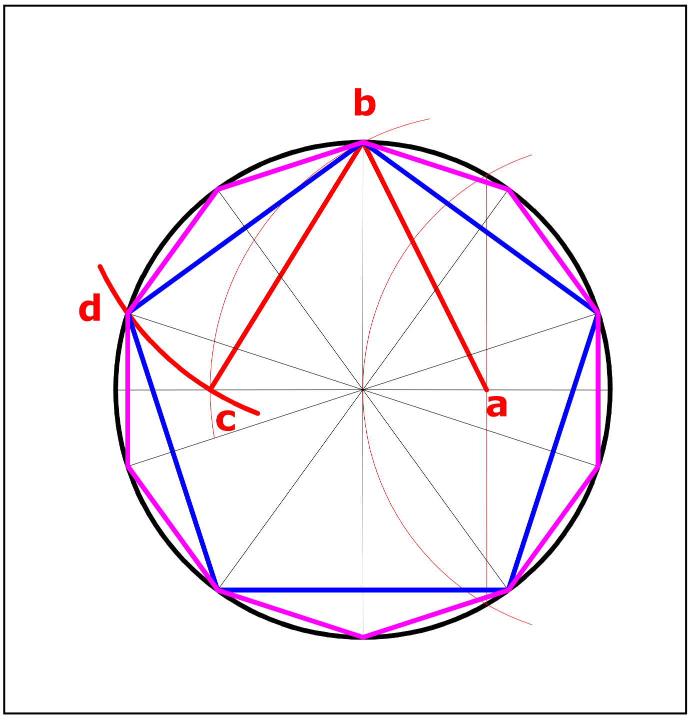


Para realizar la división en cuatro partes basta con trazar un eje perpendicular al inicial y para dibujar el cuadrado se unen con cuatro líneas los puntos extremos de ambos ejes.

Para dibujar un octógono se divide por la mitad uno de los lados del cuadrado y con la medida se marcan sucesivamente los puntos, uniéndolos con las ocho líneas.

Con la misma operación se marcan los puntos y las líneas para dibujar el polígono de dieciséis lados.

División de la circunferencia en 5, 10, 20 partes iguales.

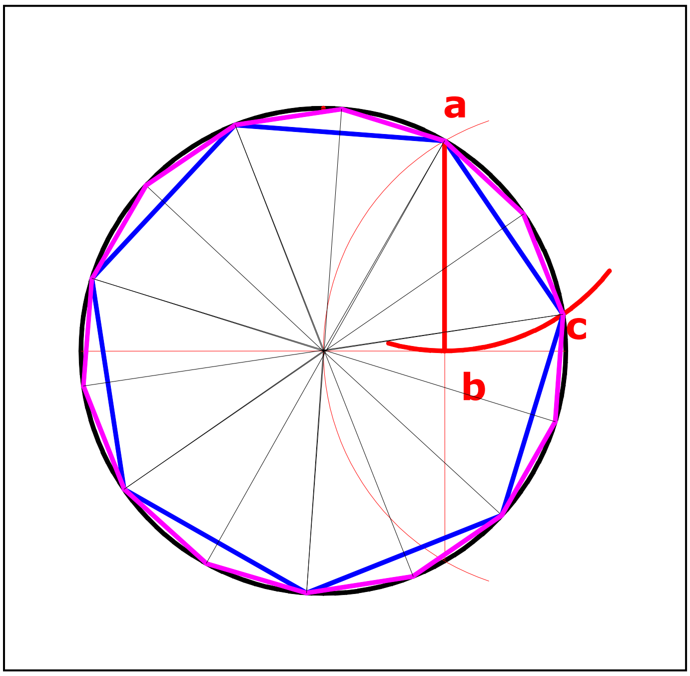


La división en cinco partes se inicia trazando los ejes vertical y horizontal. Se sitúa el compás en el extremo derecho del eje horizontal y con la misma medida del radio se marcan dos puntos sobre el perímetro circular. Se unen ambos puntos con una línea que marca el punto medio (a) sobre el citado eje.

Se sitúa al compás en dicho punto (a) y con la medida (a-b) se marca el punto (c) sobre el mismo eje. Se sitúa el compás en el punto (b) y con la medida (b-c) se marca un punto sobre la circunferencia. La medida de la distancia (b-d) es el lado del pentágono regular, con la que se marcan los puntos y se trazan las líneas hasta completar el polígono.

Para trazar los polígonos de diez, veinte, o múltiplos, se dividen sucesivamente por la mitad la medida de los lados resultantes.

División de la circunferencia en 7, 14, 28 partes iguales.



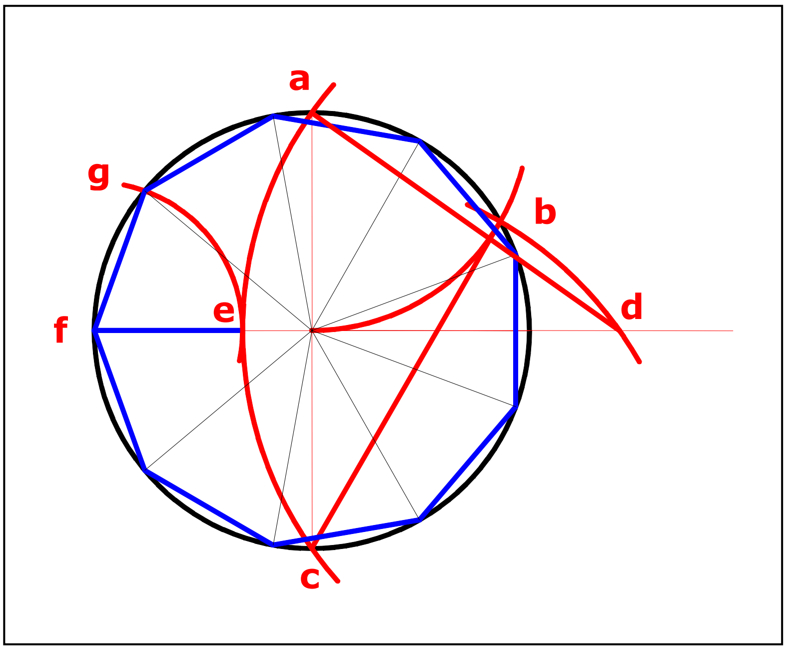
Para dividir una circunferencia en siete partes iguales se traza un eje cualquiera, en este ejemplo el horizontal, y posicionando el compás en el extremo derecho, con el mismo radio se marcan los dos puntos que cortan la circunferencia, y entre ellos se traza la línea vertical que corta el segmento derecho del citado eje en dos partes iguales (punto b).

Con el compás situado en el punto superior (a) y tomando la distancia hasta el punto central (b), se traslada la medida hasta cortar la circunferencia, marcando un nuevo punto (c).

El segmento (a-c) tiene aproximadamente la medida que divide a la circunferencia en 7 partes iguales. Marcando sucesivamente con el compás esta medida sobre la circunferencia, se traza el heptágono, del que uno de los lados tendrá una medida ligeramente superior al resto.

Para trazar los polígonos de catorce, veintiocho, o múltiplos, se dividen sucesivamente por la mitad la medida de los lados resultantes.

División de la circunferencia en 9, 18, 36 partes iguales.



Para dividir la circunferencia en 9 partes iguales se trazan los ejes vertical y horizontal. Con el compás desde el punto superior del eje vertical (a) y con la misma medida del radio se marca el punto (b) donde corta la circunferencia.

Con el compás situado en el punto inferior del eje vertical (c) y con radio hasta (b) se marca sobre el eje horizontal prolongado el punto (d).

Con el compás situado en el punto (d) y con radio hasta el punto superior del eje vertical (a) se marca sobre el eje horizontal un nuevo punto (e). La distancia desde (e) hasta el extremo del eje horizontal (f) es la novena parte de la circunferencia.

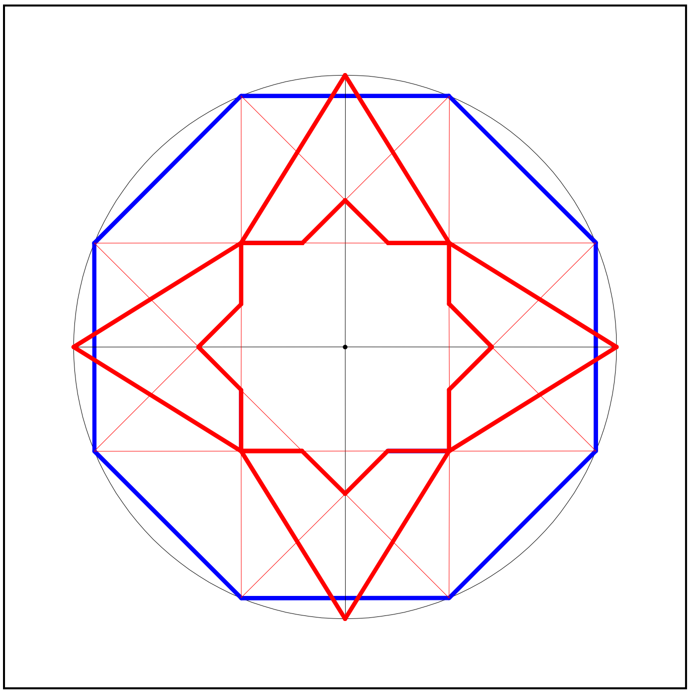
Con el compás situado en (f) y con radio (f-e) se traslada la medida hasta cortar la circunferencia en (g) y desde ahí se repite la operación marcando los puntos sucesivamente y se trazan las líneas hasta completar los nueve lados.

Para trazar los polígonos de dieciocho, treinta y seis, o múltiplos, se dividen sucesivamente por la mitad las medidas de los lados resultantes.

El octógono, una figura sagrada.

Los antiguos maestros egipcios, quienes fueron los constructores de la Gran Pirámide de Keops, diseñaron sus medidas y proporciones exteriores a partir de una circunferencia y de un octógono, ya que el lado del cuadrado de la base de dicha pirámide tiene, en la proporción correspondiente, la misma medida que el lado de ese octógono.

Para su trazado, una vez que se ha dividido la circunferencia en ocho partes iguales, se dibuja un octograma, en cuyo centro quedan formados dos cuadrados superpuestos y girados 90 grados uno con respecto del otro; esta es una figura por excelencia que fue utilizada profusamente como motivo de decoración en el arte islámico y en el estilo mudéjar.



Las figuras primordiales.
La circunferencia, el octógono, el octograma,
el cuadrado, el triángulo y la pirámide.

También, y como consecuencia del dibujo del octograma, uno de los cuadrados que se forma en el centro, resulta ser la base que sirve para completar el esquema de una pirámide. Desde cada uno de los cuatro vértices del cuadrado se trazan las líneas que los unen con los vértices de dos de los ejes, -el horizontal y el vertical- se conforman así los cuatro triángulos que componen las cuatro caras de una pirámide.

La consecuencia final y más importante de este dibujo geométrico, aparentemente elemental, es que tiene una singularidad trascendente, ya que resulta ser el diseño del esquema de una pirámide, a partir del cual se obtienen las mismas medidas y proporciones que tienen, a escala, todas las líneas que configuran la Gran Pirámide de Keops, en la meseta de Gizeh, en Egipto.

Una vez que los maestros egipcios hubieron realizado el dibujo de un esquema semejante a este, sobre algún papiro, únicamente les restaba hacer los cálculos necesarios para obtener un modelo con las medidas a la escala que desearan y trasladar esa escala a las medidas reales de la pirámide.

Hemos trazado con un único dibujo todas las figuras primordiales de la geometría, la circunferencia, el octógono, el octograma, el cuadrado y los triángulos, que conforman en su conjunto una figura con forma piramidal que dio origen a una construcción arquitectónica de proporciones monumentales, como es la Gran Pirámide de Keops, considerada desde hace milenios como una de las maravillas del mundo. No debe sorprendernos entonces, que esas figuras geométricas básicas, especialmente la del octógono, hayan sido consideradas como sagradas desde aquella época, y por tanto hayan sido las figuras fundamentales en el desarrollo de la Geometría y de la Arquitectura, por diversas culturas y civilizaciones, durante los siglos posteriores.

Los ejemplos para la división de la circunferencia y del círculo en partes iguales, son los más elementales y fáciles de ejecutar, y que pueden servirnos de referencia para abordar el problema de la cuadratura del círculo. Conociendo el método de trazado del cuadrado a partir de un círculo, se trata de localizar el trazado de la línea que ha de formar el primer lado del cuadrado.

Las divisiones regulares de la circunferencia partiendo de un primer eje, permiten establecer con el compás puntos, segmentos y distancias de una forma simple, necesarias para seguir marcando puntos sucesivos con nuevas referencias, hasta obtener la primera línea, como veremos en un apartado posterior.

Las cuadrículas.

Ocurrió por una casualidad. En un momento en el que trataba de comprender como había trazado Leonardo da Vinci las figuras geométricas en el dibujo de El Hombre de Vitrubio. Estaba convencido de que el dibujo tenía que estar relacionado con el problema de la cuadratura del círculo. En diversas páginas web en Internet y en algunas lecturas sobre la vida y obra de Leonardo, así lo sugerían.

Sin embargo, no lograba encontrar ningún aspecto concreto, nada especial que destacase, aparte de la existencia de unas proporciones que había detectado en el dibujo, referidas a determinados detalles sobre las medidas del cuadrado, y debido a que eran exactamente las mismas que unas proporciones que con anterioridad y en otras circunstancias, había encontrado analizando y comparando medidas de algunas de las más famosas pirámides en Egipto.

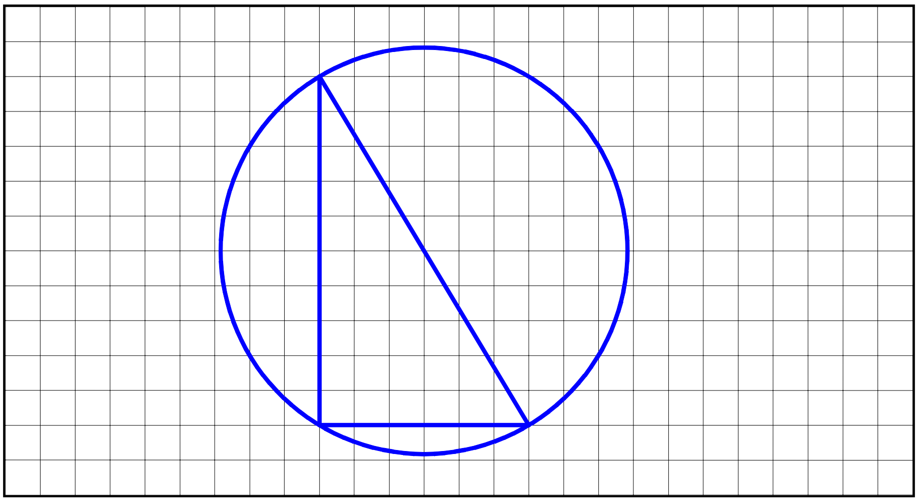
Así que comencé a pensar en la conveniencia de reproducir las citadas figuras geométricas para analizar su trazado e intentar comprender la forma o el modo que Leonardo habría utilizado para realizar el dibujo de las mismas. Lo más lógico era pensar que las líneas de ambas figuras estuvieran dibujadas al azar, pensando únicamente en que su posición y sus medidas resultaran ser las idóneas para encajar entre ellas la figura humana desnuda, en las formas en que previamente tuviera ideadas.

Únicamente había llamado mi atención el hecho de que los cuatro puntos de intersección entre la circunferencia y dos lados del cuadrado eran simétricamente opuestos entre sí, dos a dos, ya que trazando una línea recta que los unía, dicha línea pasaba por el centro del círculo en ambos casos, formando una cruz en forma de aspa. Pensé que tomando como referencia dichas líneas, desde una circunferencia cualquiera podría llegar a obtener un cuadrado idéntico, encajado de la misma forma y con la misma proporción de medidas.

Para llevar a cabo dicha reproducción pensé que podría resultar de ayuda el utilizar una hoja de papel cuadriculado, con el propósito de que al analizar las proporciones de ambas figuras una vez trazadas, las cuadrículas serían la referencia para detectar si el dibujo estaba trazado al azar o era fruto de algún método específico.

Con un compás dibujé una circunferencia con radio al azar, pero con la única particularidad de situar el centro sobre la esquina de una cuadrícula y el otro extremo del compás sobre la esquina de otra cuadrícula.

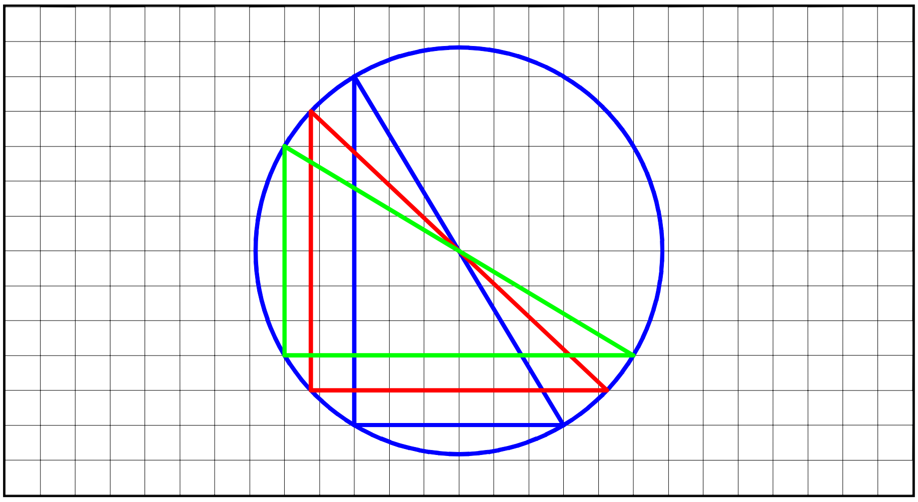
A continuación, tomando una regla y situándola entre el vértice de la citada cuadrícula y el centro de la circunferencia, tracé una línea hasta el punto opuesto de la misma, que coincidía con el vértice de la cuadrícula simétricamente opuesta a la inicial. Sorprendentemente, observé que desde el mismo vértice de esa cuadrícula, partía la línea vertical formada por las cuadrículas situadas bajo la misma, que terminaba en el vértice de otra cuadrícula que a su vez tocaba la circunferencia, y que desde ese mismo punto partía la línea formada por las cuadrículas horizontales hasta el vértice de la cuadrícula donde finalizaba la línea que había trazado. Y que las líneas de las cuadrículas, tanto la vertical y como la horizontal, tenían medidas diferentes, por lo que no eran las líneas del cuadrado inscrito, dibujado por casualidad, sino que lo que se había formado era un triángulo rectángulo.



Las líneas de las cuadrículas y el eje forman un triángulo rectángulo

Este simple pero importante detalle me hizo comprender casi al instante cual podría ser la clave representada en el dibujo de Leonardo, y que era precisamente el método o sistema que permite comprender como se pueden trazar un número ilimitado de cuadrados a partir de una circunferencia y de uno de sus ejes.

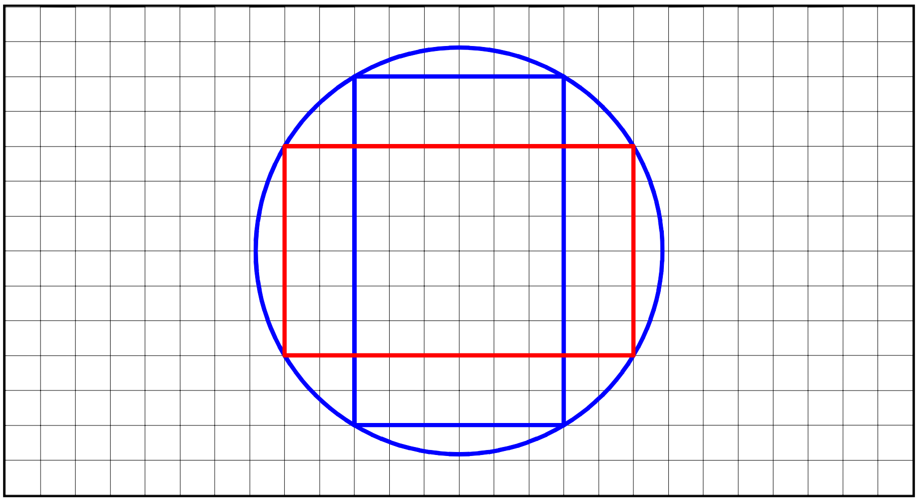
Seguidamente tracé otros ejes y verifiqué que siempre se cumplía la misma regla, tanto si los ejes partían del vértice de las cuadrículas, como si partían del punto de intersección de la circunferencia con cualquiera de las líneas formadas por las cuadrículas, tanto de las verticales como de las horizontales.



Las líneas de las cuadrículas señalan ángulos rectos y rectángulos con cualquiera de los ejes

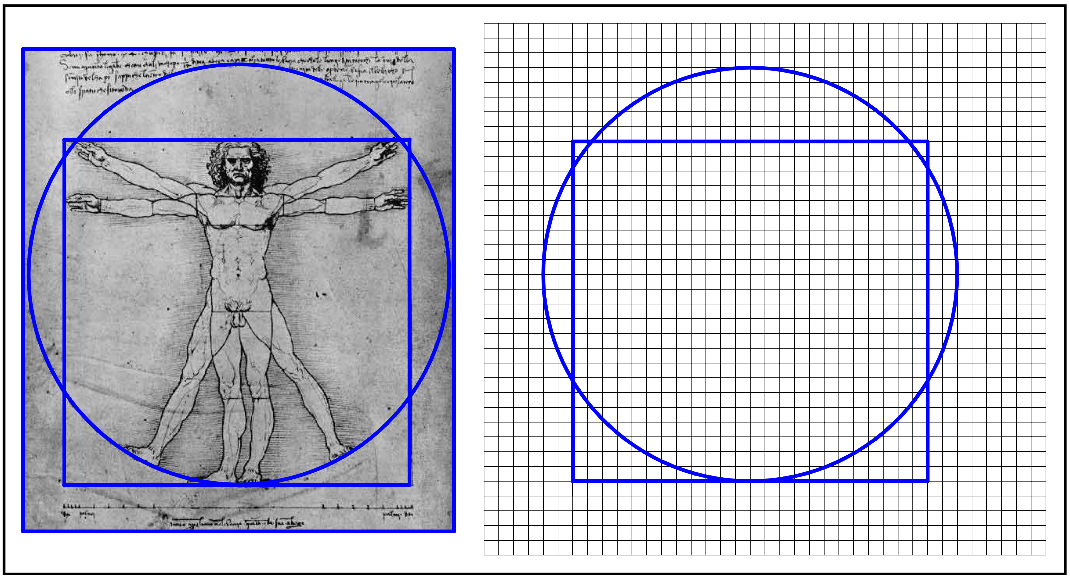
Las dos líneas rectas trazadas entre los puntos superior e inferior de cualquier eje, hasta un punto cualquiera de la circunferencia, formaban siempre un ángulo recto y en consecuencia, un triángulo rectángulo. Es la misma casuística que se produce con una escuadra cuyos brazos se sitúan sobre los dos extremos de un eje, formando así triángulos rectángulos. Al elegir al azar como punto central de la circunferencia un vértice de cuadrícula y como punto final del radio otro vértice, la circunferencia pasa única y exclusivamente por los vértices de dichas cuadrículas, formando las líneas que las unen un rectángulo.

Y es que una de las cosas singulares que destacan al trazar una circunferencia en unas cuadrículas, tomando como centro y radio los vértices de dos cuadrículas, da como resultado que el perímetro circular de esa circunferencia, únicamente pasa por ocho vértices de ocho cuadrículas, formándose con sus líneas dos rectángulos iguales, como se aprecia en el siguiente dibujo.



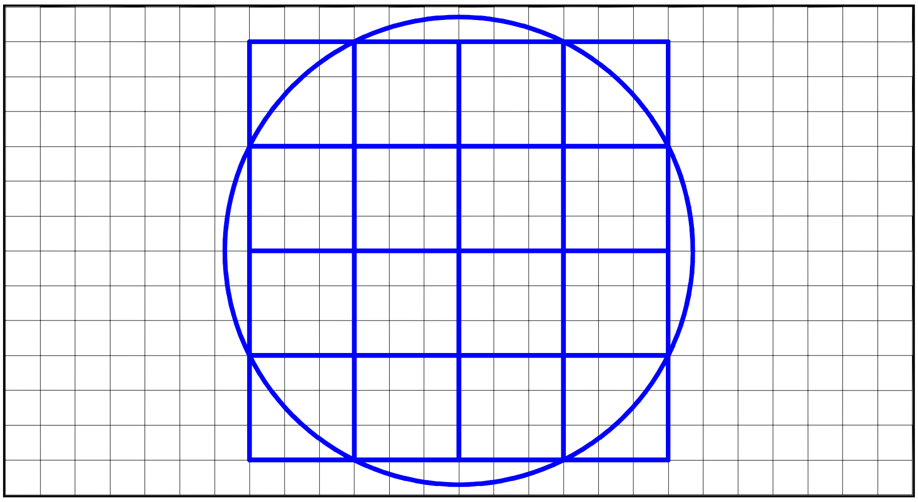
La circunferencia cuyo centro y radio se sitúan en el vértice de dos cuadrículas sólo pasa por el vértice de 8 cuadrículas

Fue pues una simple casualidad la que me permitió llegar a conocer esta peculiaridad, y con ello comprender el método para el trazado de la cuadratura de Leonardo de Vinci, aunque llegar a desentrañar los pasos con los que realmente Leonardo realizó el dibujo de las dos figuras geométricas, resultó ser una tarea bastante más compleja, como se ha podido comprobar en la serie fotográfica editada en un capítulo anterior.



Las cuadrículas reproducen las figuras geométricas del dibujo de El Hombre de Vitruvio

Resulta ser ésta una característica muy peculiar, puesto que para el trazado del dibujo de Leonardo se utiliza de una forma especial, destacando el resultado perfecto de esta figura, al tratarse de una circunferencia que pasa por los puntos que marcan la cuarta parte de los lados del cuadrado, y cuyo resultado es la división a su vez de ese cuadrado en 16 pequeños cuadrados iguales. Un resultado perfecto para lograr unas proporciones perfectas.



Las cuadrículas permiten reproducir las proporciones perfectas

Unas proporciones que seguramente conoció Leonardo da Vinci, y que sin lugar a dudas conocieron muy bien los antiguos maestros egipcios, los que diseñaron y construyeron las pirámides de Egipto, guardando tanto el "secreto" de cómo las diseñaron, cómo el método de construcción que utilizaron para lograr levantarlas.

Y es que las cuadrículas pueden considerarse como la cuna de la geometría, ya que fueron la base primordial en la pintura decorativa y de la escultura desarrollado por los maestros egipcios que, usaron el sistema de las cuadrículas para establecer las proporciones en todas sus obras. Primero realizaban los dibujos sobre papiros o tablillas de barro, los cuadriculaban con un canon de proporciones establecido, y posteriormente marcaban las cuadrículas sobre las paredes o los bloques de piedra, con las mismas proporciones a escala, para copiar sobre cada cuadrícula el mismo contenido que el del modelo dibujado.

La siguiente referencia sobre el canon de proporciones egipcias resulta suficientemente explicativa.

«La cuadrícula fue pensada, ya fuera para crear una copia exacta de una figura o para seguir un canon de proporciones estrictas. Se ha demostrado que la base del canon egipcio se encuentra en la figura humana de pie y que las proporciones de ésta se hallan en las medidas de la mano y del brazo, es decir, de los miembros corporales que producen y crean las cosas. Se ha comprobado que cada lado de un cuadrado de la cuadrícula egipcia es siempre igual a un puño, o sea, a la anchura de la mano, medida sobre los nudillos, incluyendo el pulgar. El puño viene a ser, por tanto, el módulo de todas las proporciones».

Si la medida básica de una cuadrícula correspondía a la de una mano con el puño cerrado, las proporciones del cuerpo humano según el antiguo canon egipcio, éste mediría 18 cuadrículas, ó 18 puños, ó 4 codos, ó 6 pies, ó 24 anchos de mano. Las proporciones 4, 6, 24, es decir, cuatro lados del cuadrado igual a seis radios del círculo, igual a veinticuatro unidades, fueron las utilizadas por Leonardo para trazar las figuras geométricas que aparecen representadas en el dibujo de El Hombre de Vitruvio.

La principal conclusión que puede extraerse en este capítulo es que los decoradores egipcios, al representar entre cuadrículas los dibujos que contenían círculos, con toda probabilidad que llegaron a conocer la singularidad que hemos explicado, porque el resultado de la misma pudo haber sido el inicio o fundamento con el que se planteó el problema de la cuadratura, que no olvidemos, tuvo sus orígenes en Egipto.

Y es que, como ya se ha comentado, los antiguos egipcios utilizaban habitualmente el procedimiento de cuadricular todos sus trabajos, de forma que los dibujos o diseños a pequeña escala, podían reproducirlos al tamaño que desearan. En los decorados de las tumbas o las paredes de los templos, las pinturas y los relieves, eran copiados de esa forma sobre las mismas cuadrículas que previamente habrían realizado sobre los papiros o tablas.

A modo de ejemplos, comentar que entre los hallazgos de la tumba de Djehuty, un destacado dignatario de la reina-faraón Hatshepsut, esposa del faraón Tutmosis II, se encuentran unos fragmentos de la que ha sido conocida como la “tabla del aprendiz”, en la que aparecen representados dos dibujos o retratos de un faraón egipcio.

Uno de los retratos está dibujado con trazos firmes y perfectos, mientras que el otro presenta trazos dubitativos o toscos. Ambas figuras están claramente enmarcadas en unas cuadrículas, lo que significa que pudo tratarse de un ejercicio de aprendizaje para un discípulo, consistente en copiar el dibujo realizado por el maestro.

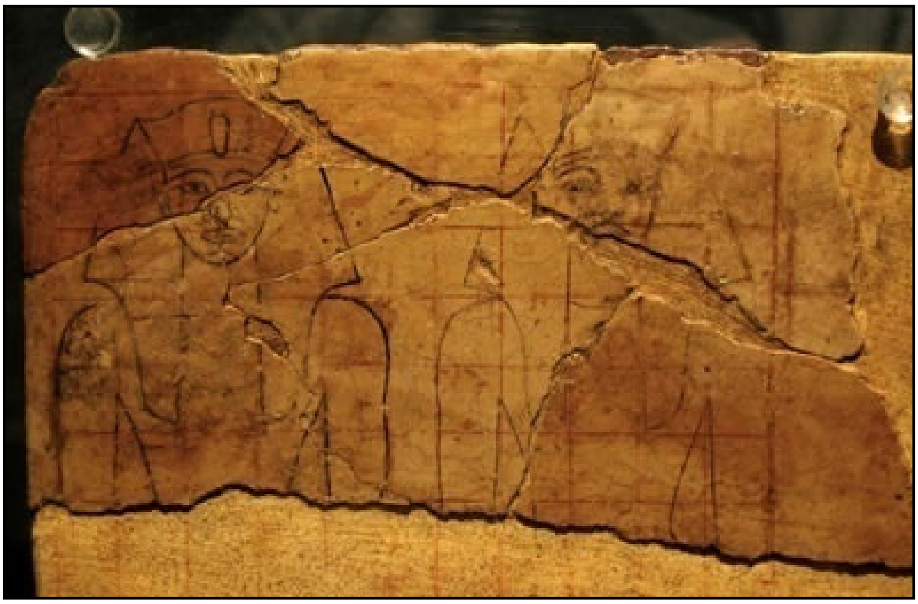
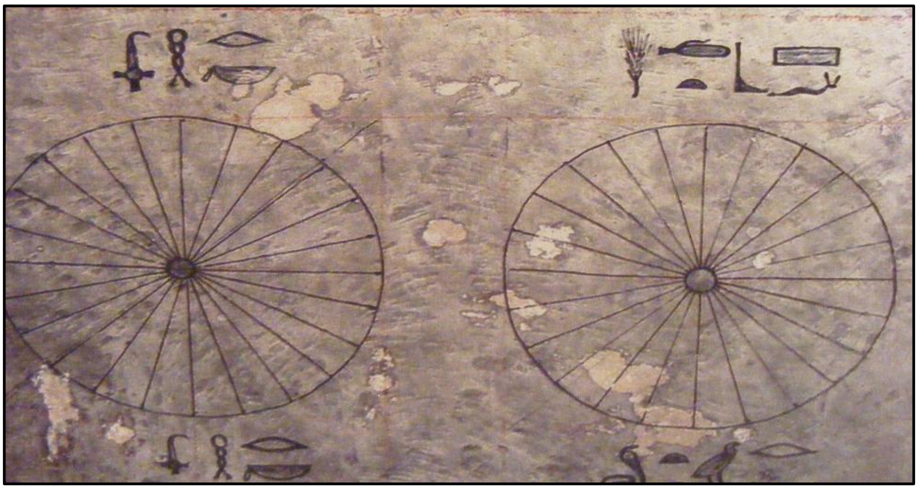


Tabla del aprendiz

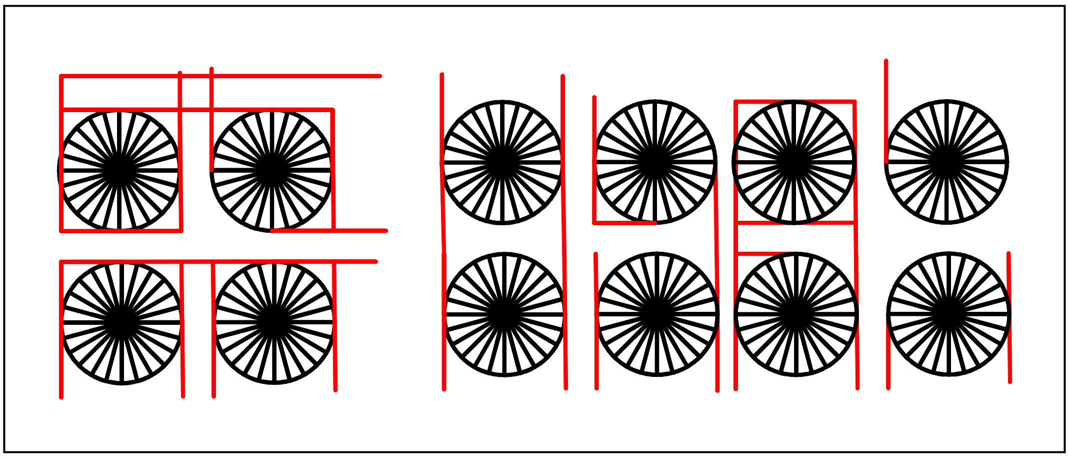
El otro ejemplo corresponde a una decoración encontrada en la tumba de Senenmut, un destacado personaje al que se atribuye que tuvo un gran poder, considerado como un arquitecto real y canciller, también relacionado con la reina ya citada Hatshepsut.



Detalle de la decoración del techo de la tumba de Senenmut

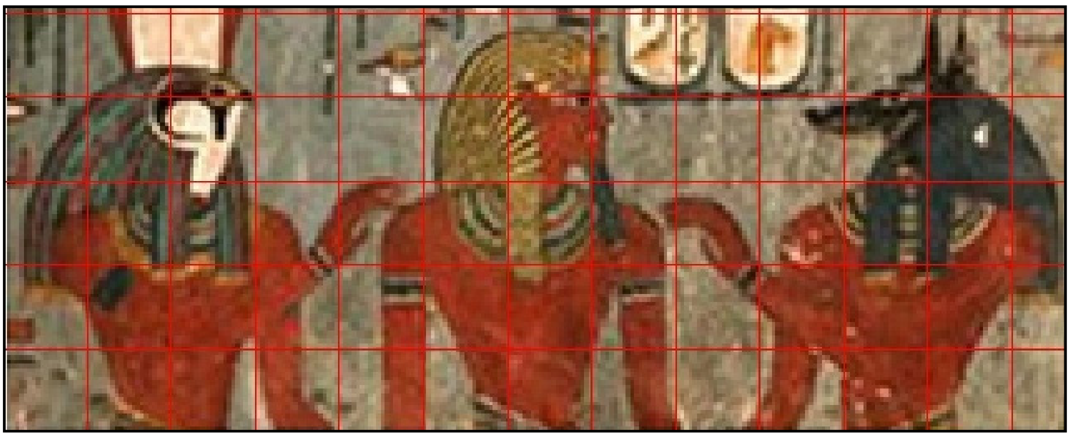
Se trata de un plano astronómico que decora el techo de su cámara funeraria. Es una reproducción de las constelaciones del hemisferio norte y una tabla astral para medir los movimientos celestes de algunos planetas del sistema solar.

De la decoración destaca lo que es considerado como un calendario lunar, compuesto por doce círculos distribuidos sobre el techo, tal como figuran representadas de forma esquemática en la imagen anterior.



Esquema con los 12 círculos del techo de la tumba de Senenmut.

Ha de advertirse el detalle de que algunos de dichos círculos están claramente enmarcados o circunscritos por cuadrados dibujados en color rojo. Con toda probabilidad, este detalle indica que el decorado fue copiado a partir de algún dibujo o esquema realizado a modo de plano a escala con las referencias para poder dibujar los círculos con las mismas proporciones.

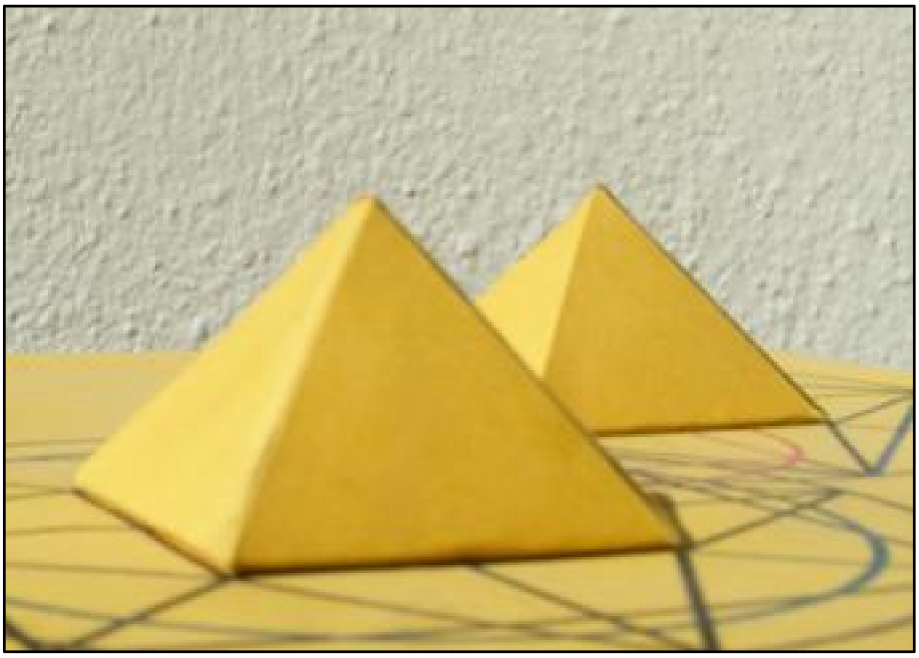


Simulación de pintura mural cuadriculada.

4

LAS DOS PIRÁMIDES DE GIZEH

«Las dos pirámides de Gizeh, en Egipto, marcan el destino de la humanidad, allí donde el pasado y el futuro se juntan. Un pasado que guarda secretos y conocimientos necesarios para el futuro».



Maqueta a escala con las dos pirámides

Los esquemas de las dos pirámides.

Las dos pirámides más famosas de Egipto, fueron construidas por los faraones Keops y Kefrén, y se hallan en la meseta de Gizeh. Ambas pirámides son muy semejantes entre sí. Casi tienen la misma altura, los lados de sus bases difieren en unos quince metros y los ángulos de las pendientes de sus caras y de sus aristas tan solo difieren en poco más de un grado y algunos minutos. Desde luego, no presentan ninguna evidencia aparente como para considerar que sus medidas o sus proporciones geométricas estén relacionadas entre sí de alguna forma.

Sin embargo, esas pequeñas diferencias señaladas, podrían no ser fruto de la casualidad, sino que responderían a unos esquemas de diseño para su construcción, perfectamente estudiados y planificados.

Si se comparan los esquemas o planos con las medidas reales de estas dos pirámides, buscando una posible relación entre esas medidas o proporciones, nos encontraremos con unos resultados que, cuando menos, no dejarán de ser sorprendentes.

El plano de la pirámide de Kefrén.

Recordemos brevemente que para obtener un plano a escala con las medidas reales que tiene la pirámide de Kefrén, basta con trazar una circunferencia, cuyo radio sea la suma de la mitad del lado de la base (107,60 metros) más la apotema del triángulo (179,40 metros) de una de sus caras. Dicha suma es igual a 287,0000 metros. Veamos cuales son los pasos para ello.

En primer lugar se trazan dos ejes de la circunferencia, el horizontal y el vertical. Sobre uno de los ejes se marca con el compás la mitad de un radio. Con una medida igual a 1,5 radios para los lados, se traza un cuadrado haciendo que el centro del mismo coincida con el de la circunferencia.

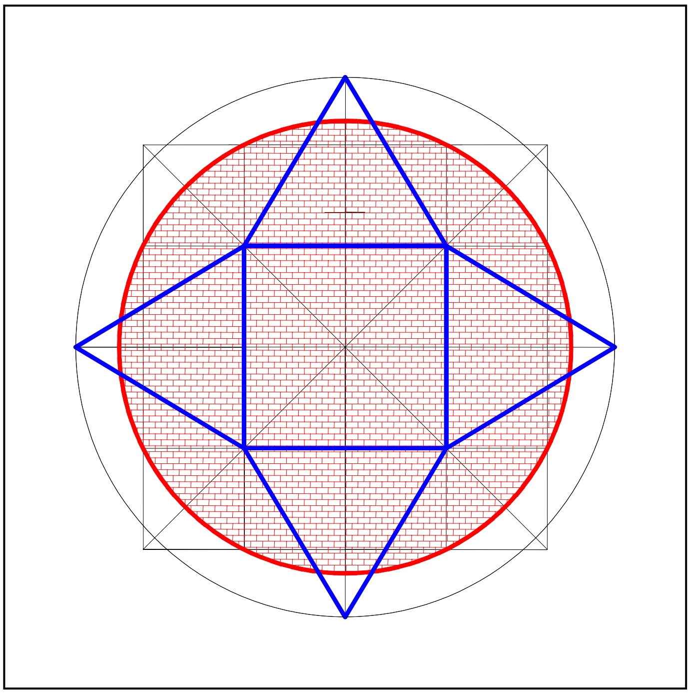
Se dividen los lados del cuadrado en cuatro partes iguales cada uno y se unen los puntos opuestos entre sí, formando 16 pequeños cuadrados interiores. Los cuatro cuadrados del centro forman la base de la pirámide.

Desde cada uno de los cuatro vértices de dicha base, hasta los puntos extremos donde los ejes vertical y horizontal cortan a la circunferencia, se trazan las líneas que forman los cuatro triángulos de las caras de la pirámide, completando así las líneas fundamentales que conforman la mencionada pirámide.

La medida de la altura de la pirámide se obtiene trasladando con el compás la medida de una apotema, situándolo en el punto medio del lado de la base, hasta el eje vertical sobre el centro del cuadrado.

Concluido el dibujo del plano, se traza una segunda circunferencia, desde el centro del cuadrado de la base, y cuyo radio es la distancia que pasa por los ocho puntos que marcan la cuarta parte de cada uno de sus lados.

Se forma un **círculo** (sombreado en rojo) como el que aparece en el dibujo que, como se ha indicado, corresponde al plano de la pirámide de Kefrén.



Plano con las líneas de la pirámide de Kefrén y el círculo sombreado en rojo

Como se ha señalado, partiendo del dibujo de una circunferencia con un radio de 287,00 metros, y de un cuadrado cuyo lado es igual a 1,5 radios (430,5 metros), obtenemos un plano con las medidas correspondientes a cada una de las líneas que conforman la pirámide de Kefrén, como se puede comprobar en el siguiente cuadro.

Pirámide de KEFRÉN	Medidas reales	Medidas dibujo
Lados cuadrado base	215,25	215,2500
Altura	143,50	143,5000
Arista	209,20	209,1854
Diagonal	304,40	304,4095
Apotema	179,40	179,3750
1/2 lado cuadrado base	107,60	107,6250
Radio de la circunferencia (Suma 1/2 lado+apotema)	**287,00**	**287,0000**

Medidas reales y las obtenidas del dibujo del plano

El plano de la Pirámide de Keops.

Recordemos cómo se realiza el dibujo utilizado para obtener el esquema de la pirámide de Keops, en el que se parte del trazado de una circunferencia con un radio de 301,6100 metros, una medida que es igual a la suma de la mitad del lado del cuadrado de la base, más la apotema del triángulo de una de sus caras. El desarrollo del dibujo se ejecuta con los siguientes pasos.

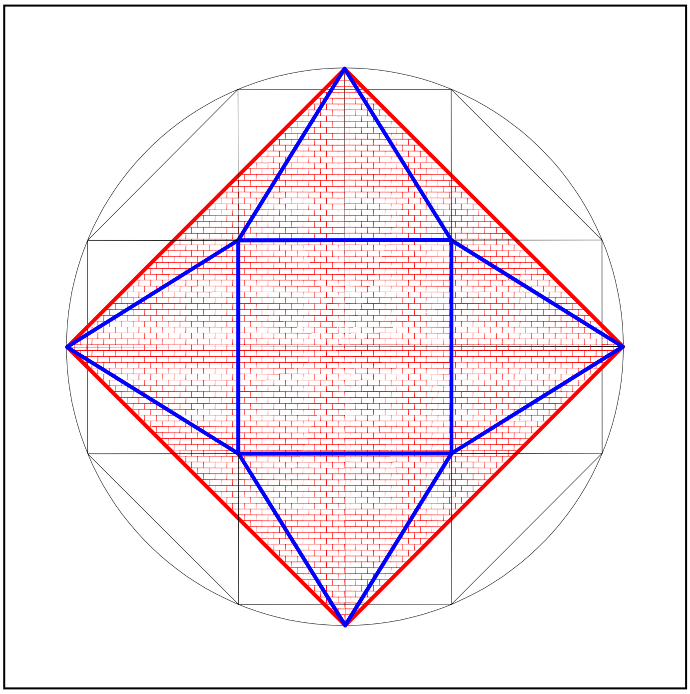
Partiendo de que se trata de un supuesto, el diseño de la pirámide de Keops pudo haber sido realizado a partir de una circunferencia, en la cual se trazan los dos ejes perpendiculares, el vertical y el horizontal y los dos ejes transversales, de tal forma que la circunferencia queda dividida en ocho partes iguales.

Uniendo los ocho vértices de dichos ejes se dibuja el **octógono.**

Se trazan las líneas que unen los vértices de dos lados de dicho octógono, simétricamente opuestos entre sí, y otros dos cuya posición es la alterna, formándose en el centro del círculo **un cuadrado** que es la base de la pirámide. El lado de dicho cuadrado tiene pues la misma medida que el lado del octógono.

Desde cada uno de los cuatro vértices del cuadrado, se trazan las líneas hasta los vértices de los ejes horizontal y vertical, dibujando los cuatro triángulos que conforman las caras de la pirámide.

Una vez concluido el dibujo del plano se trazan las líneas que unen los cuatro vértices de los triángulos, que forman un **cuadrado inscrito** (sombreado en rojo) como el que aparece en la siguiente imagen.



Plano con las líneas de la pirámide de Keops y el cuadrado inscrito sombreado en rojo

Como se ha señalado, partiendo del dibujo de una circunferencia con un radio de 301,61 metros, y del octógono, obtenemos un plano con unas medidas muy aproximadas de cada una de las líneas que conforman la pirámide de Keops, como podemos comprobar en el cuadro siguiente.

Pirámide de KEOPS	Medidas reales	Medidas dibujo
Lados cuadrado base	230,36	230,8423
Altura	146,59	146,0967
Arista	219,14	219,0624
Diagonal	325,78	326,4603
Apotema	186,43	186,1888
1/2 lado cuadrado base	115,18	115,4212
Radio de la circunferencia (Suma 1/2 lado+apotema)	**301,61**	**301,6100**

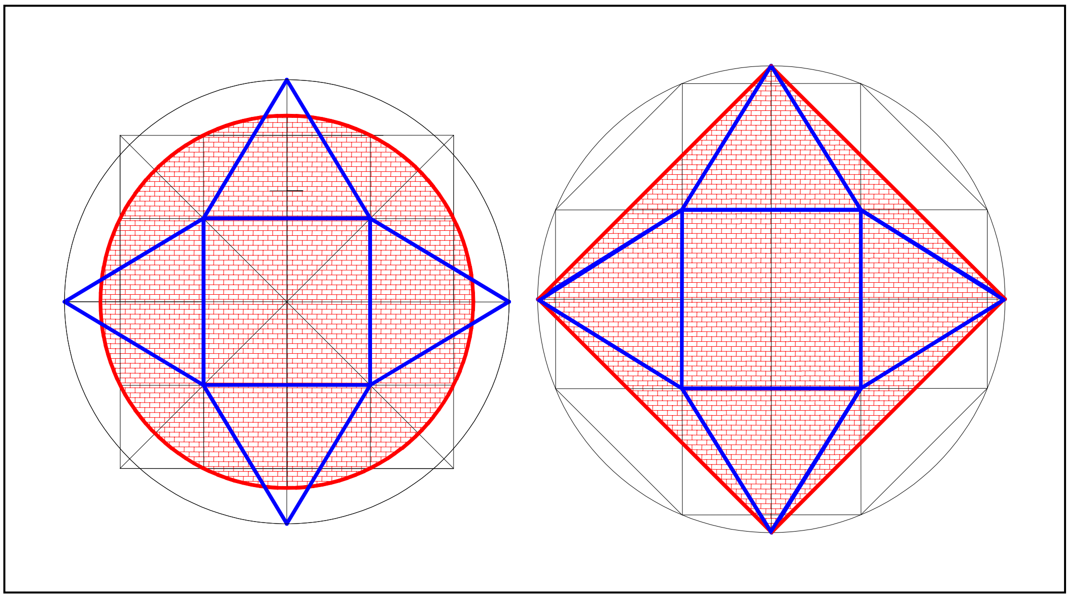
Medidas reales y las obtenidas del dibujo del plano

Las medidas correspondientes a los dos planos, para las líneas fundamentales de ambas pirámides, se reflejan juntas en el siguiente cuadro. El dato del radio de la circunferencia inicial de la que se obtiene el plano de la pirámide de Keops (301,6185 metros), se ajusta de forma intencionada en 0,0085 metros, las dos últimas cifras decimales, con el propósito de realizar sucesivos cálculos con 4 decimales.

Medidas de las dos pirámides	Kefrén	Keops
Lados cuadrado base	215,2500	230,8488
Altura	143,5000	146,5900
Arista	209,1854	219,0686
Diagonal	304,4095	326,4695
Apotema	179,3750	186,1941
1/2 lado cuadrado base	107,6250	115,4244
Radio de la circunferencia (Suma 1/2 lado+apotema)	**287,0000**	**301,6185**

Medidas de los planos de las dos pirámides

En la siguiente imagen, se muestran juntos los planos de las dos pirámides, trazados con las medidas (cuatro cifras decimales) que figuran en el cuadro anterior.



Planos con las líneas de las pirámides de Kefrén y Keops.
El círculo y el cuadrado sombreados tienen la misma superficie.

El resultado de dicho dibujo con las medidas señaladas, pone de manifiesto la relación existente entre estas dos pirámides **es la representación de la cuadratura del círculo**, ya que **el círculo sombreado** en el plano de la pirámide de Kefrén, **tiene una superficie igual a la del cuadrado sombreado** del plano de la pirámide de Keops.

En el cuadro siguiente se detallan las medidas tomadas así como los cálculos realizados correspondientes al radio de la circunferencia y al lado del cuadrado que se han mostrado sombreados en el dibujo anterior.

Cálculos de los dos esquemas	Medidas
Radio círculo sombreado esquema Kefrén	240,6568
Lado cuadrado sombreado esquema Keops	426,5530
Valor de PI	3,14159265
Superficie del círculo sombreado	181.947,5232
Superficie del cuadrado sombreado	181.947,4618
Diferencia de las superficies	-0,0613

Las superficies del círculo y del cuadrado son iguales

¿Es un enigma o una casualidad?

Los cálculos reflejados en el cuadro anterior ponen de manifiesto el resultado expresado, y es que, al comparar los planos de estas dos pirámides, que han sido trazados con las medidas reales de ambas, aparecen un cuadrado y un círculo cuyas superficies son iguales.

De entre los datos reseñados, conviene resaltar dos detalles relevantes: Que los cálculos se han realizado con 4 decimales y que los resultados han sido tan exactos debido a un mínimo ajuste de 0,0085 metros (8,5 milímetros), que, como se ha señalado anteriormente, se ha efectuado en la medida del radio de la circunferencia, de la que ha partido todo el dibujo del esquema de la pirámide de Keops; un ajuste por otra parte insignificante, si se tiene en cuenta que se hace sobre una medida total de un radio de casi 302 metros.

También ha de valorarse que las medidas reales utilizadas, correspondientes a los lados de las bases en ambas pirámides, han sido tomadas a partir de sus valores reales medios de todos sus lados, con lo cual resulta cuando menos sorprendente que del resultado expresado, la diferencia entre ambas superficies sea de 0,0613 metros cuadrados, un valor despreciable si se compara con el valor de las superficies totales de las dos figuras, que es de casi de 182.000 metros cuadrados.

Este sorprendente hecho puede ser una simple casualidad, o puede significar la existencia de un enigma, cuya explicación pudiera ser una extraordinaria y desconocida relación entre las medidas y las proporciones con las que fueron construidas las dos pirámides citadas, cuyo significado real únicamente podría ser que dichas medidas estuvieran vinculadas entre sí, con una intencionalidad manifiesta de representar el problema de la cuadratura del círculo, y quizás también, que en esa representación podría estar oculta la solución del problema.

Podría existir esa vinculación de las medidas expresamente intencionada en la construcción de las dos pirámides, o podría ser una extraña e incomprensible casualidad. De resultar ser un enigma o un secreto guardado, realizado con el propósito indicado, estaríamos ante otro más de los tantos y tan extraordinarios misterios que rodean a las pirámides de Gizeh y de la cultura del antiguo pueblo egipcio.

Acerca de la Gran Pirámide de Keops, hay misterios que parecen no tener explicación, aunque detrás existen muchas teorías que intentar darles explicación. Sin embargo, tras cada uno de esos misterios seguramente que se encuentran acciones concretas de nuestros los antepasados egipcios, de unos seres extraordinarios que realizaron unas obras colosales y a la vez geniales, faraónicas, algunas de las cuales su construcción sigue resultando incomprensible porque resultan difíciles de encontrar las explicaciones lógicas con las técnicas que actualmente se conocen, o porque esas explicaciones se quieren dar de una forma tan irreal que, precisamente por ello se alejan de la realidad y de la verdadera intención para las que fueron construidas, ya que muy probablemente esas obras fueron ejecutadas con acciones elementales, tan sencillas y basadas en la lógica y la naturalidad de unos conocimientos de técnicas sencillas, pero que con el transcurso del tiempo dejaron de utilizarse y por ello se perdieron.

La coincidencia casi matemática de los cálculos que se desprenden de la comparación de las medidas obtenidas con los esquemas o planos de estas dos pirámides, reflejarían lo que ya es conocido sobradamente y es que sus constructores tenían unos conocimientos extraordinarios en ciencias como la Geometría y la Arquitectura, aunque nos cueste creer que en lo referido al problema de la cuadratura, quisieran dejar una constancia tan oculta o secreta, y a la vez tan magnificada acerca de ese conocimiento que tuvieran del mismo, como si hubieran actuado con la completa seguridad de que nunca se lograría descubrir o que nadie llegaría a comprender esta extraña relación que parece existir entre las medidas de ambas pirámides.

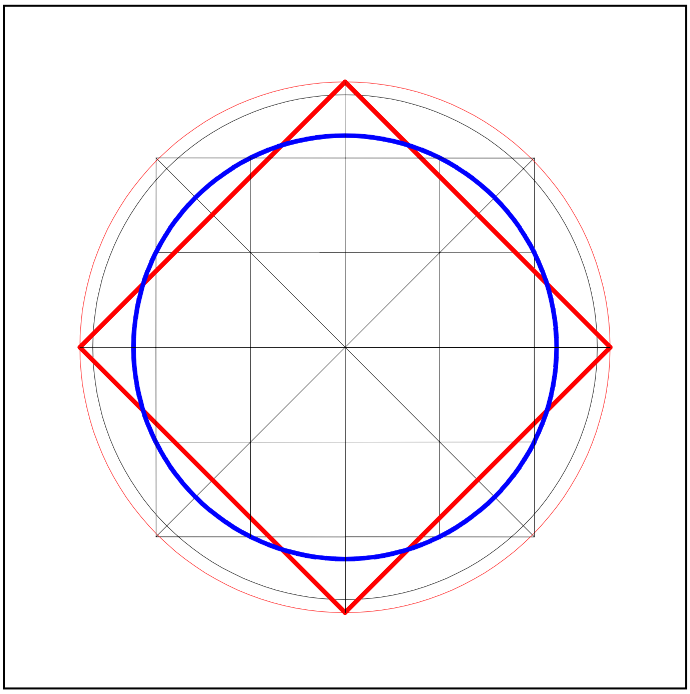
Alguna de las teorías que se podrían plantear como consecuencia de toda esta deducción, es que no resultaría muy aventurado creer que Leonardo da Vinci y otros personajes de ciencia, pudieron haber tenido acceso a documentos de la antigüedad que recogían los conocimientos de los maestros constructores egipcios, si tenemos en cuenta la semejanza que parece existir entre el trazado del dibujo de El Hombre de Vitruvio, y el trazado con el que se obtiene el esquema de la pirámide de Kefrén y de algunas otras pirámides semejantes de Egipto.

Las fases del trazado del citado dibujo nos permiten comprobar cómo Leonardo ocultó el "secreto" de un método, cuyo conocimiento nos hace posible comprender como se realiza el trazado del cuadrado con el que se puede encontrar la solución del mencionado problema.

Sin embargo el verdadero "Secreto" de la cuadratura del círculo, parece que estaría contenido en las Dos Pirámides de Gizeh y más concretamente en sus planos o esquemas que ponen de manifiesto la relación de sus medidas. Un "secreto muy bien guardado" que significaría la constatación del origen del milenario problema.

La representación de la cuadratura del círculo.

En el siguiente dibujo, aparecen representados los esquemas refundidos de las dos pirámides. Sobre el esquema de la pirámide de Kefrén que contiene el círculo (color azul), se ha superpuesto el esquema de la pirámide de Keops que contiene el cuadrado inscrito (color rojo), formando un conjunto que podría denominarse como el *"Esquema de la cuadratura del círculo"* ya que lo que se desprende de él, como se ha indicado, es que ambas figuras geométricas tendrían la misma superficie.



Esquema de la cuadratura del círculo

Con anterioridad se han mostrado los pasos necesarios y las proporciones precisas, necesarias para ejecutar el trazado del plano de la pirámide de Kefrén, es decir, como se trazaría la primera fase de este Esquema con el que obtener el círculo correspondiente.

Partiendo de esa fase, el siguiente paso consistiría en encontrar un nexo de unión con el plano de la pirámide de Keops, para obtener la circunferencia y el cuadrado inscrito, completando así todo el conjunto, lo que supondría encontrar la "hipotética" solución de todo este enigma, teniendo en cuenta que todo el trazado completo, se ha de poder realizar utilizando un compás y una regla sin graduar.

Como ya se mostró en la serie de fotografías del primer capítulo, Leonardo da Vinci realizó el dibujo de Vitruvio utilizando unas fases y unas proporciones muy semejantes a las del plano de la pirámide de Kefrén, y que brevemente recordamos:

Se parte de una circunferencia inicial, para trazar un cuadrado cuyos lados miden 1,5 radios, y de él se obtiene una segunda circunferencia que pasa por la cuarta parte de todos sus lados. A continuación, con la relación de las medidas de los radios de ambas circunferencias, se obtiene el centro y la medida del radio de una tercera circunferencia, en ese caso con un radio de medida intermedia y perfectamente encajada con el cuadrado.

Para el trazado unificado del *esquema de la cuadratura del círculo*, la primera fase resultaría ser idéntica y muy sencilla de realizar. Para pasar a la fase siguiente, el objetivo es mucho más complejo, ya que se precisa encontrar con el compás alguna referencia o relación entre las medidas o proporciones de los planos de las dos pirámides, para obtener el radio de una tercera circunferencia, en este caso de radio mayor que los de las otras dos, cuyo cuadrado inscrito tendría la misma superficie que el círculo inicial de la primera fase.

Un *esquema* que si se logra trazar en su conjunto con un único dibujo, utilizando un compás y una regla sin graduar, podría ser considerado como la solución del problema de la cuadratura del círculo.

El plano de la meseta de Gizeh.

Utilizando únicamente un compás y una regla sin graduar, se ha de poder trazar un único dibujo con el esquema que contenga los planos de dos pirámides, que representen la solución al problema de la cuadratura del círculo, ya que contendría un círculo y un cuadrado con la misma superficie.

Partiendo de una circunferencia trazada al azar, se han de configurar dos planos de dos pirámides diferentes que tengan, en proporción, las mismas medidas y ángulos que las dos pirámides de Gizeh, tras lo cual se han de recortar y pegar las aristas, para obtener una maqueta a escala de las mismas.

Este dibujo únicamente se puede llegar a trazar conociendo alguna referencia que permita relacionar los planos de las dos pirámides citadas, de forma que una vez trazado el plano de la primera, se pueda obtener el de la segunda, de forma sucesiva y consecuente al de la primera.

Una de las referencias, de las que pudieran llegar a existir, la podemos encontrar en el plano de la meseta de Gizeh. Concretamente en la ubicación real y relativa de las pirámides de Keops y Kefrén sobre la meseta de Gizeh. Esta hipótesis, significaría que las construcciones de las citadas pirámides estarían realizadas en una posición específica, la una respecto de la otra, con una forma totalmente intencionada y con ese propósito específico.

El desarrollo de dicha hipótesis ha de significar que tanto las medidas como la ubicación en la meseta de la pirámide de Kefrén, estarían determinadas por las medidas y la ubicación de la pirámide de Keops, cuya construcción se realizó antes, y su propósito, de tener consistencia esta teoría, sería la representación arquitectónica del problema de la cuadratura del círculo, que se podría obtener con las medidas y de la posición relativa en la meseta de ambas pirámides.

Así pues, con esta hipótesis *el esquema de la cuadratura del círculo* que se mostraba en el capítulo anterior, tendría un trazado continuado y completo, partiendo sólo de una circunferencia, y dibujando los planos de las dos pirámides, con la referencia de la posición que tienen en el plano de la meseta de Gizeh.

El plano de la meseta de Gizeh señala con todo detalle cual es la posición relativa de las dos pirámides. La de Kefrén a la izquierda abajo y la de Keops a la derecha detrás.

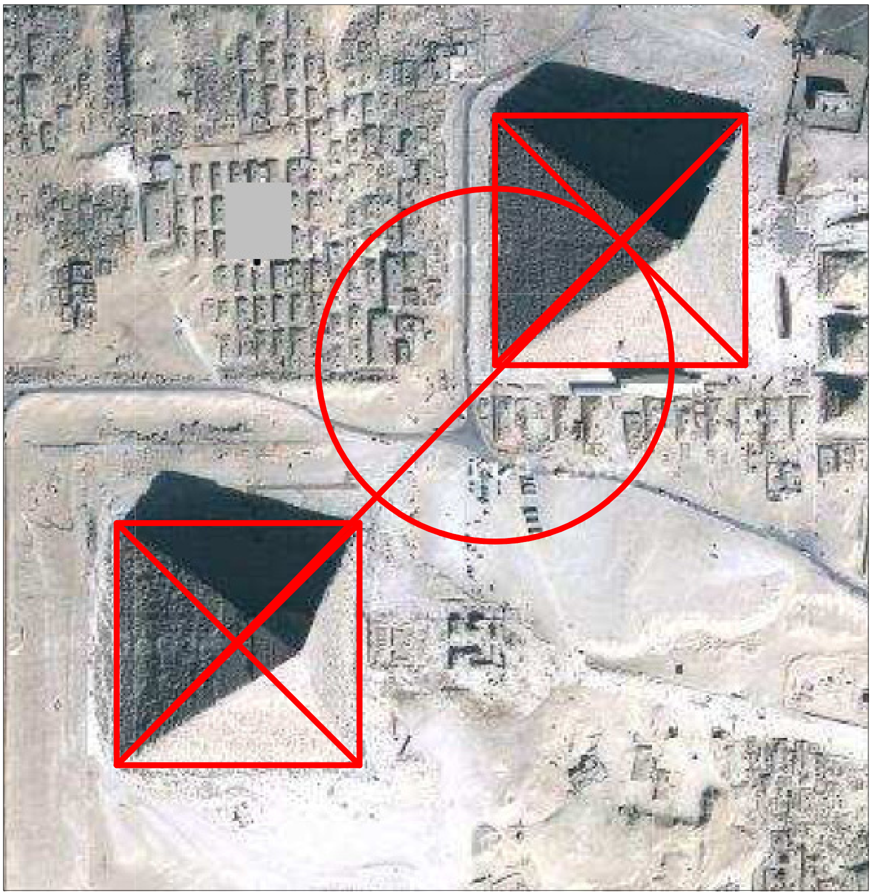
Vista cenital de las dos pirámides en la meseta de Gizeh

Con el plano de la meseta vamos a tratar de encontrar alguna referencia que nos sirva para relacionar las dos pirámides y con ello sus planos correspondientes.

Utilizando un programa de dibujo con ordenador, sobre cada pirámide se dibujan aproximadamente los lados de los cuadrados de las bases y las diagonales, que serían las primeras referencias a utilizar para relacionar el dibujo completo de los dos planos.

En primer lugar, trazamos una línea que une los dos vértices exteriores de los dos cuadrados de las bases, y verificamos que las diagonales de ambos tienen la misma orientación, aproximadamente, respecto a un mismo eje.

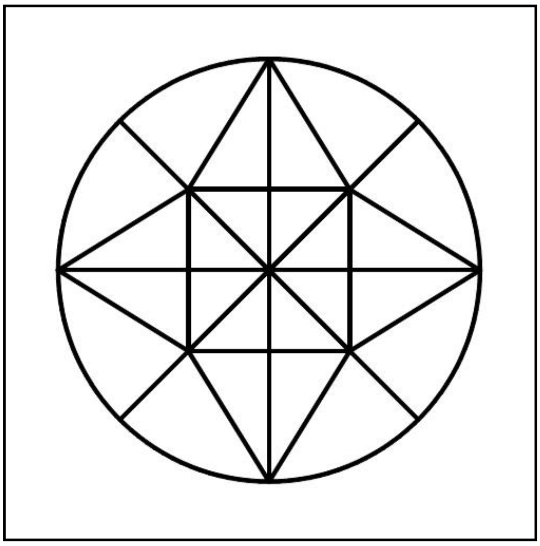
Seguidamente, con un compás, situamos un extremo sobre el vértice inferior izquierdo de la base de la pirámide de Keops, y el otro sobre el centro, trazamos una circunferencia y verificamos que corta el eje de las diagonales a una determinada distancia del vértice interior de la pirámide de Kefrén.



Las bases de las dos pirámides y sus diagonales

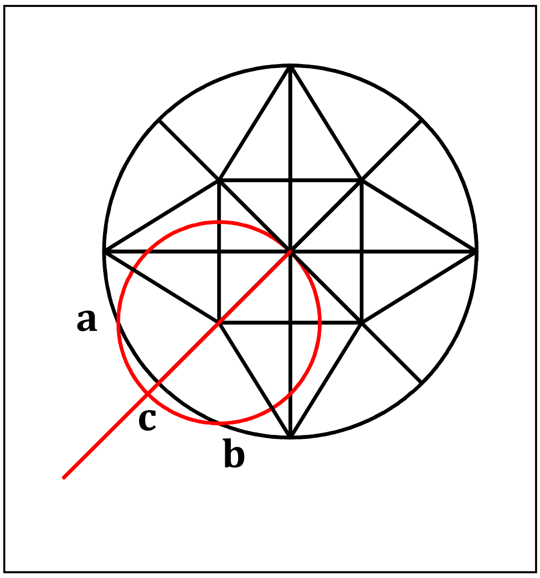
Tomando estas dos referencias, vamos a realizar el dibujo de los planos de las dos pirámides.

Partimos dibujando el plano de la pirámide de Keops, cuya base se obtiene con la misma medida del lado del octógono formado por los cuatro ejes de la circunferencia, y las aristas de los triángulos de sus caras, trazando las líneas que unen los vértices de la base con los extremos de los ejes vertical y horizontal.



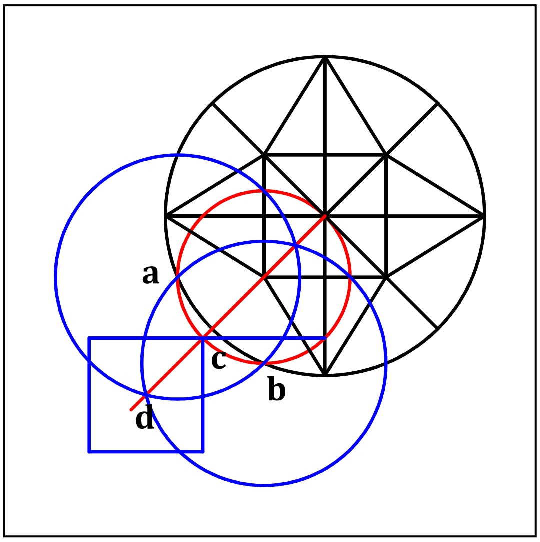
Plano de la pirámide de Keops

Se traza una circunferencia cuyo centro se sitúa en el vértice inferior izquierdo de la base de la pirámide y con un radio igual a la distancia hasta el centro de la base. Esta circunferencia corta en dos puntos (a y b) a la circunferencia del plano y en un punto (c) a la prolongación del eje transversal.



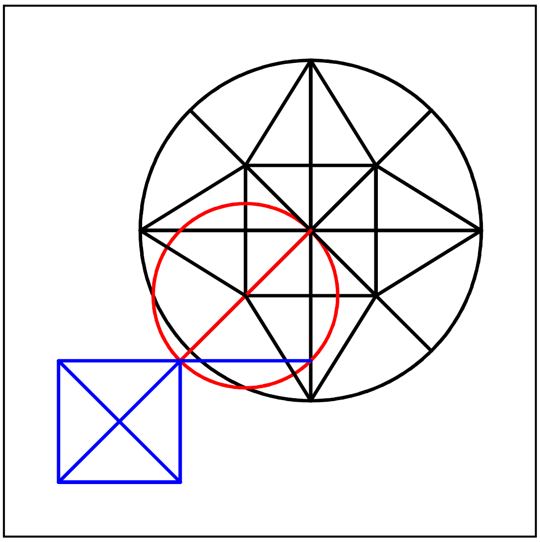
El radio es igual a la mitad de una diagonal de la base

Desde cada uno de los dos puntos (a) y (b) donde corta a la circunferencia, se trazan dos circunferencias cuyo radio es igual a la distancia (a-b). Ambas se cortan en un nuevo punto (d) equidistante, sobre la prolongación del eje transversal. Dicho punto (d) es el centro de un cuadrado que se obtiene a partir de la medida de la mitad de su diagonal, que es la distancia (d-c) desde el centro hasta el vértice del eje.



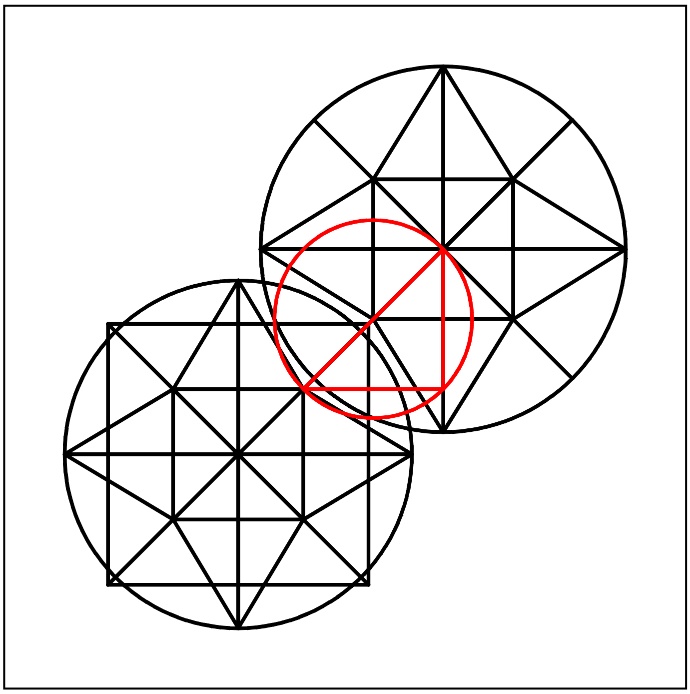
Las dos circunferencias se cortan en el centro de un nuevo cuadrado

Este cuadrado resultante es la base de la pirámide de Kefrén, cuyos lados, a la escala correspondiente, tienen unas medidas muy aproximadas a las reales de dicha pirámide.



El cuadrado es la base de la segunda pirámide

Se completa el resto del plano de la segunda pirámide, trazando un segundo cuadrado cuyos lados miden el doble que los del primero, y una circunferencia, cuyo radio mide dos tercios del lado del cuadrado mayor. (Lado del cuadrado igual a 1,5 radios).



El esquema con los planos de las dos pirámides

Los dos planos están divididos exactamente por la mitad mediante el eje transversal que es la primera referencia común a las dos circunferencias, y a su vez con una de las diagonales de los dos cuadrados de ambas bases.

Entre dichos planos hay una segunda referencia común, que es la circunferencia que se traza desde el vértice de la base de la primera pirámide, con un radio igual a la mitad de la diagonal.

Tomando las medidas de estos dos planos en el dibujo realizado, las correspondientes a la pirámide de Keops, que es la de partida, coinciden con bastante exactitud con las medidas reales de dicha pirámide, mientras que las medidas correspondientes al plano de la pirámide de Kefrén resultan ser de una gran aproximación a las medidas reales. Apenas difieren unos pocos centímetros.

Esquema resultante de la pirámide de KEFRÉN	Medidas reales	Medidas dibujo
Lados cuadrado base	215,25	215,1168
Altura	143,50	143,6331
Arista	209,20	209,0560
Diagonal	304,40	304,2212
Apotema	179,40	179,2640
1/2 lado cuadrado base	107,60	107,5584
Radio de la circunferencia (Suma 1/2 lado+apotema)	**287,00**	**286,8224**

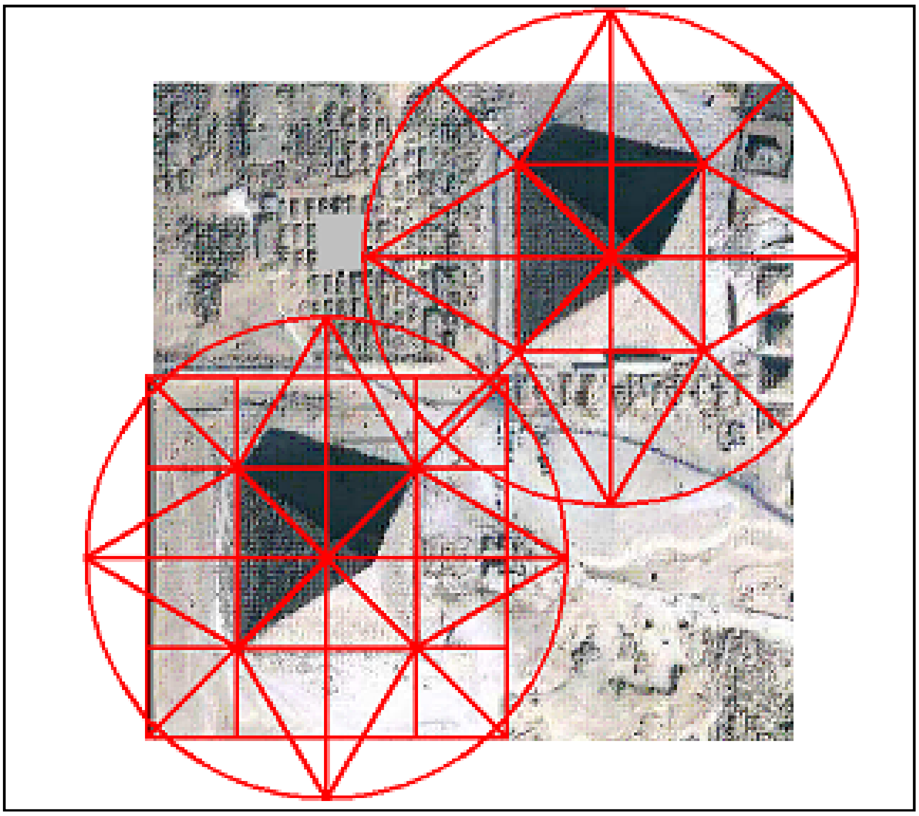
Medidas obtenidas con el esquema

Por ejemplo, las medidas obtenidas para los lados del cuadrado de la base de dicha pirámide son de 215,12 metros, y mientras que las medidas reales de la pirámide son 215,25 metros, la diferencia es de apenas unos 12 centímetros.

Este resultado tan aproximado puede ser tenido en cuenta para plantear una hipótesis sobre la construcción de la pirámide de Kefrén, en el sentido de que quienes diseñaron dicha pirámide, partieron de las medidas y de la posición que tenía en la meseta de Gizeh la pirámide de Keops, que como sabemos fue construida unas cuantas décadas antes.

El propósito o la intención por el que acometieron la construcción de esa segunda pirámide, referenciada en las medidas de la primera, tuvo que estar basado en poderosas razones, aunque todo apunta a que ese objetivo primordial fue la representación de la cuadratura del círculo. Al menos esto es lo que se deduce de las medidas y de los resultados de los cálculos sobre las figuras geométricas que surgen de sus planos: Un cuadrado y un círculo que tienen la misma superficie.

Para verificar dicha hipótesis, utilizando el plano real de la meseta de Gizeh se han trasladado sobre las bases de las dos pirámides los mismos planos del esquema, verificando que existe una diferencia evidente que hay que señalar, y es que las prolongaciones de las líneas de las diagonales de los cuadrados de ambas bases, están desplazadas sensiblemente, una en relación a la otra, como se muestra en la siguiente imagen.



Los dos esquemas dibujados sobre las bases de las dos pirámides

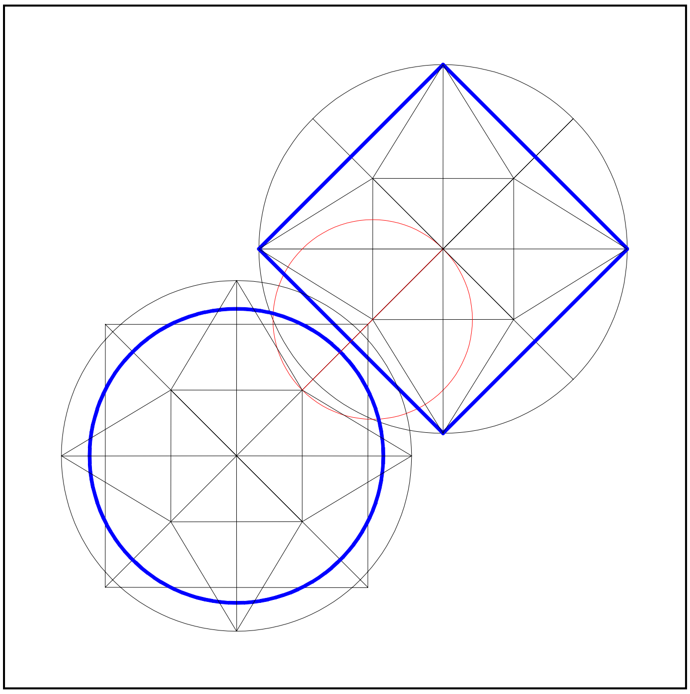
No obstante, el resto de las líneas obtenidas con el dibujo del esquema completo, sí son de una gran aproximación a las de los planos de ambas pirámides, aunque lo realmente destacable es la posición relativa de las dos bases y la distancia entre las mismas. Dicha distancia, marcada por la separación entre los vértices contiguos de los dos cuadrados, se corresponde con cierta aproximación, a la medida de la mitad de la diagonal de la pirámide de Keops.

Todas estas deducciones han de tomarse con las debidas reservas, ya que lógicamente pueden existir desviaciones al haber utilizado para los dibujos la referencia las imágenes de unas fotos tomadas desde un satélite.

El esquema de la cuadratura del círculo.

Finalmente, una vez completado el dibujo del esquema con los dos planos, en la circunferencia correspondiente a la pirámide de Keops, se dibuja el cuadrado inscrito (en color azul) uniendo los cuatro vértices de los triángulos de las caras. Y en el plano de la pirámide de Kefrén, se dibuja el círculo (en color azul) que pasa por la cuarta parte de los lados del cuadrado mayor cuyos lados miden el doble que los de la base.

Dichas figuras geométricas, el cuadrado y el círculo (en color azul) tienen aproximadamente la misma superficie.



El cuadrado y el círculo tienen la misma superficie

Cálculos con las medidas del esquema	Medidas
Lado del cuadrado -pirámide de Keops-	426,5530
Radio del círculo -pirámide de Kefrén-	240,5079
Valor de PI	3,14159265
Superficie del cuadrado	181.947,4618
Superficie del círculo	181.722,4424
Diferencia de las superficies	225,0194
Porcentaje de error	0,1238%

Medidas obtenidas del cuadrado y del círculo

En el cuadro anterior se reflejan las medidas del esquema, y los cálculos realizados para las superficies de ambas figuras geométricas, resultando unos valores muy aproximados, tanto como para destacar que el porcentaje de error es de tan sólo un 0,12%. Resulta también extraordinariamente sorprendente que la medida del radio del círculo obtenido del plano de la pirámide de Kefrén (240,50 metros), exista tan solo una diferencia mínima (unos 15 centímetros), en relación con la medida del radio que daría el resultado exacto del problema de la cuadratura del círculo.

Así pues, a partir de las dos referencias comunes que se toman de las posiciones relativas de ambas pirámides, de su ubicación en el plano de la meseta de Gizeh, se puede tomar en consideración la hipótesis de que los planos, las medidas y las posiciones relativas de las dos pirámides están relacionados entre sí.

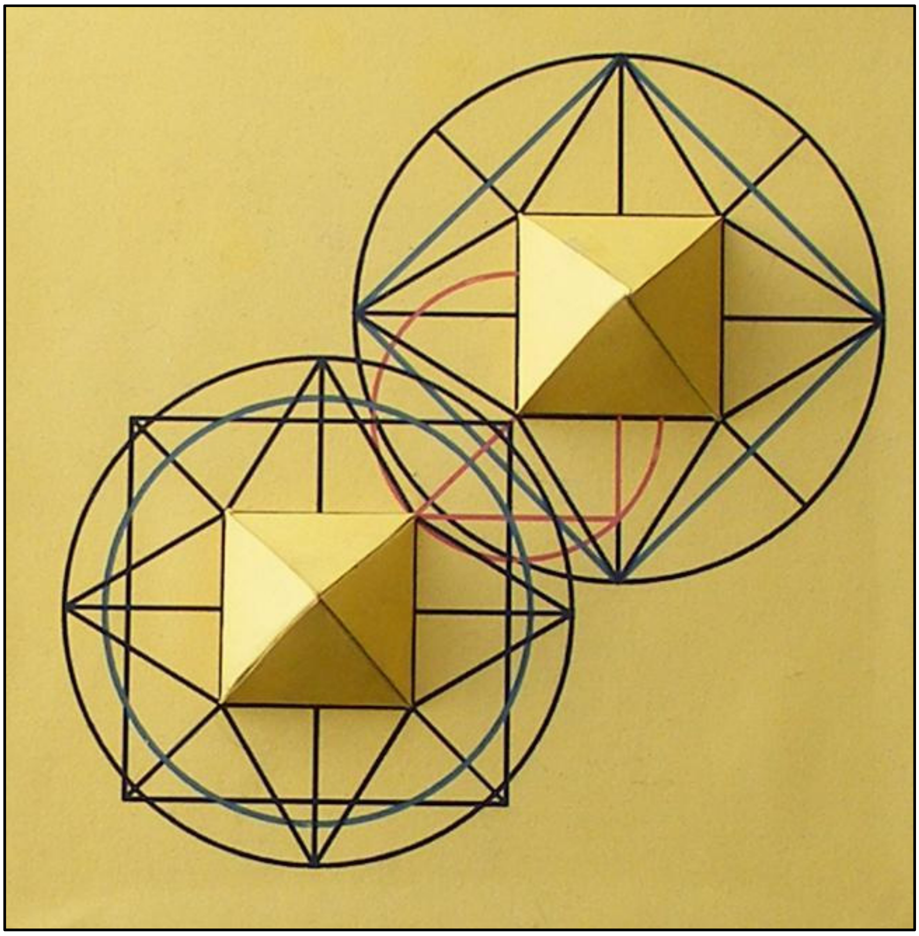
Con dicha hipótesis se ha de deducir que la relación existente entre estas dos pirámides y su posición relativa en la meseta de Gizeh, fueron consecuencia de un diseño teórico, dibujando el plano de la pirámide de Kefrén, a partir de las medidas y de la ubicación de la pirámide de Keops, ya construida, con las correspondientes medidas y proporciones a escala, para construirla en una ubicación marcada por las referencias señaladas, como son la alineación de las diagonales de las dos bases, y a una distancia igual a media diagonal de la base.

Puede resultar increíble y fantástico pensar que los constructores de esas dos pirámides se tomaran tantas molestias a la hora de ajustar sus medidas y sus posiciones, de tal forma que su objetivo aparenta haber sido la representación de la cuadratura del círculo, a la vista de los resultados que hemos visto, cuya aproximación resulta difícil de igualar.

Aunque pueda parecer una obviedad hacer este comentario, hemos de creer que los antiguos egipcios no disponían de máquinas o artilugios que realizaran los dibujos y los cálculos con la precisión que en la actualidad nos permiten hacer los modernos ordenadores, aunque no debe descartarse la probabilidad de que dispusieran de métodos de medida y cálculos que hoy nos resultan difíciles de imaginar. También está la probabilidad de que el programa de dibujo que he utilizado, tenga algún margen de error que desconozco, y entonces, lo que falla es mi ordenador.

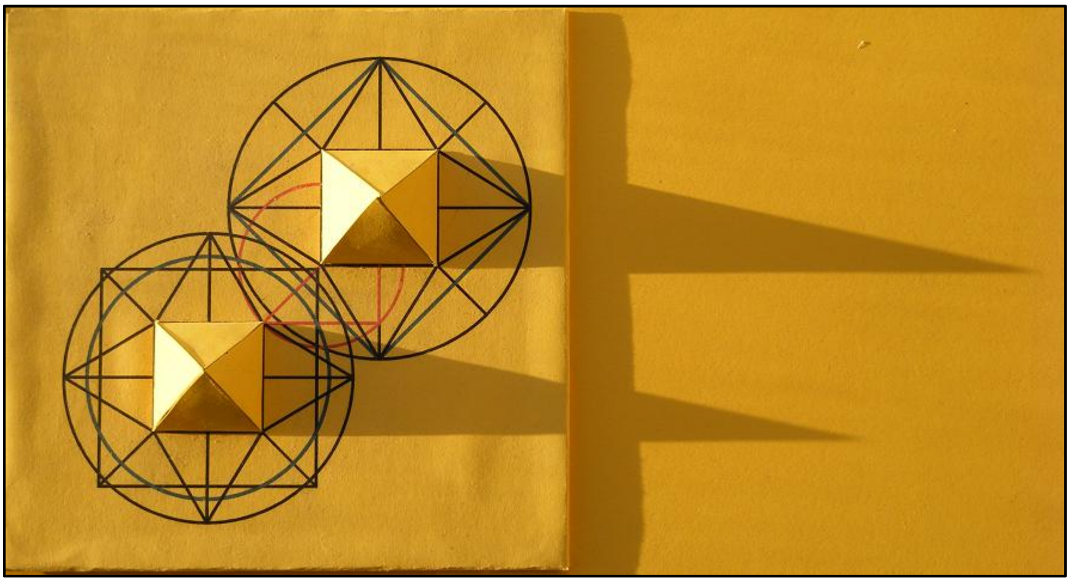
Las maquetas de las dos pirámides.

Una vez concluido el esquema, se recortan los contornos de las dos figuras, se pegan las caras y la base, y se obtienen las maquetas de dos pirámides, cuyas medidas, altura, ángulos, etc. son, en proporción a la escala correspondiente, iguales a las dos pirámides de Gizeh.



Maquetas con las dos pirámides

Queda por comentar que aunque todos los dibujos incluidos en este capítulo han sido realizados con un ordenador, para facilitar una presentación de calidad y obtener unos resultados precisos, se puede afirmar con total seguridad que los mismos dibujos se pueden realizar de la misma forma, con un compás y una regla sin graduar.

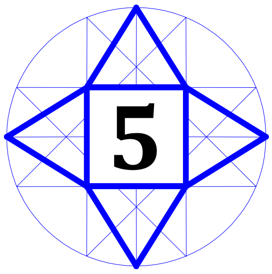


Fotografía de la maqueta tomada al atardecer del día 19 de marzo, fecha próxima del equinoccio de primavera, con las dos pirámides orientadas hacia el norte, igual que las reales.

Lo más sugerente de esta maqueta y especialmente del esquema conjunto de los dos planos, resulta ser la representación de la cuadratura del círculo que, como hemos comprobado aparece en las figuras de un círculo y de un cuadrado que, realizados a partir de las medidas reales de las dos pirámides, tienen una superficie igual, con una sorprendente exactitud.

Es una representación grandiosa que dejaron quienes diseñaron las dos pirámides, de un problema que con el paso del tiempo se convirtió en mítico precisamente por la imposibilidad de alcanzar su solución. Sin embargo, durante los últimos siglos ese problema fue tratado por destacadas personalidades, del que dejaron constancia en muchos tratados referidos a la geometría. Algunos de esos personajes quizás conocieron el método para resolverlo. Quizás también lo conocieron los antiguos maestros egipcios, quienes dejaron de él esa representación tan faraónica y a la vez tan inimaginable.

Fue Leonardo da Vinci quien nos legó un dibujo genial cuyo contenido oculto es el método preciso para lograr esa solución. Y la prueba fueron los numerosísimos dibujos que se dice que realizó, según los testimonios de aquella época, y de los que nunca existió constancia. Quizás porque resultaba ser un poderoso secreto y alguien los requisó y los ocultó cuidadosamente...



LA CUADRATURA DEL CÍRCULO

Los historiadores sitúan el origen de la cuadratura del círculo en el antiguo Egipto, un problema de geometría que era especialmente famoso entre los griegos.

Los sacerdotes egipcios lograron desarrollar extraordinarios conocimientos en muchas ramas de las ciencias, especialmente en Geometría y Arquitectura, imprescindibles para la realización de las grandes obras faraónicas, como son la construcción de las pirámides, los templos y las tumbas. De entre los muchos y extraordinarios conocimientos que lograron alcanzar, estaría este:

«Desde los dos extremos de un eje cualquiera de un círculo, se trazan dos líneas rectas hasta un mismo punto del perímetro circular, las tres líneas formarán siempre un triángulo rectángulo».

Seguramente, fue el conocimiento de esta singularidad el que dio lugar, en aquellos tiempos remotos, al famoso enunciado que todos conocemos:

«*A partir de un círculo trazar un cuadrado que tenga su misma superficie, con el solo uso de un compás y una regla sin graduar».*

Ramón Llull y la cuadratura del círculo.

Texto de **Lola Badia** - Text publicat a: *Concentus libri*. Boletín informativo de la Asociación de Bibliófilos de España, 12, abril 2000, pp. 300-305. Ressenya d'Elena Pisolesi, Studia Lulliana, 40, 2000, 143-144.

«Ramón Llull (Mallorca, 1232-1316) es el autor de casi tres centenares de obras escritas en catalán y en latín, destinadas a propagar la buena nueva de un hallazgo filosófico-metodológico que, según cuenta él mismo, Dios quiso revelarle como iluminación particular: el Arte.

«La lámina 1 muestra una representación simbólica de esta triplicidad del universo en una figura geométrica constituida por un círculo, un cuadrado y un triángulo que comparten el centro y que, al entender de Llull, tienen la misma área. Se trata de la "figura plena", tomada, al igual que las siguientes, del manuscrito 1036 de la Biblioteca Pública de Palma. Las figuras tienen un papel simbólico y didáctico fundamental en el Arte de Ramón, ya que vienen a ser una forma peculiar de su lenguaje. La construcción de tales figuras implica manejar una geometría elemental».

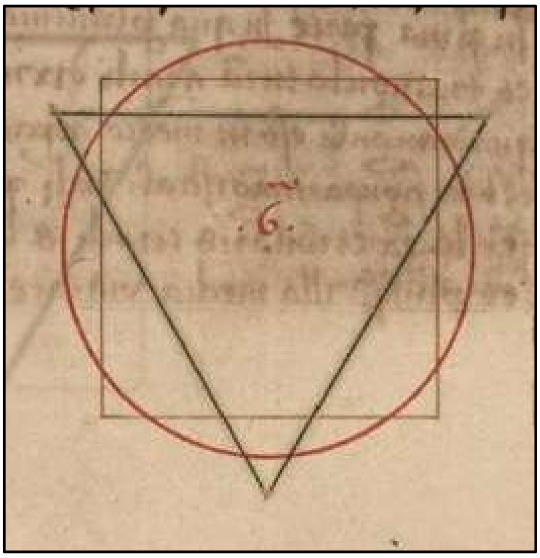


Lámina 1. Figura plena

«Posiblemente Llull renovó su interés por la geometría estando en París en el año 1299. Al parecer circulaba entre los estudiantes de artes una nueva traducción de los Elementos de Euclides, lo que sugirió a Ramón que podía competir con el manual griego a través de su Arte. De aquí la redacción de dos monografías geométricas: el De quadratura e triangulatura de cercle (conservamos el texto catalán y el latino) y el

Liber de geometría nova et compendiosa (sólo ha quedado la versión latina). La "nueva geometría" (también contamos con una "nueva" astronomía, una "nueva" lógica y una "nueva" retórica) luliana, sin embargo, no tiene nada que ver con Euclides, ya que se presenta como un repertorio de figuras circulares y poligonales, aptas para expresar relaciones entre principios del Arte y para argumentar gráficamente sobre temas científicos y teológicos».

«La Aplicación 82 termina con la solución del famoso problema de la cuadratura y la triangulatura del círculo. Como otros especulativos medievales, estimulados por la traducción llevada a cabo por Gerardo de Cremona en el siglo XII del opúsculo de Arquímedes Sobre la medida del círculo, y por las menciones que hace Aristóteles del problema (Física I, 185a 15, por ejemplo), Llull se atrevió a proponer una solución propia para un lugar clásico, ampliamente debatido y notoriamente imposible: construir con regla y compás un cuadrado y un círculo de área idéntica».

«Así pues, Llull traza, entre un cuadrado inscrito y uno circunscrito a un círculo dado, un tercer cuadrado intermedio entrelazado con el círculo en cuestión. En la Nova Geometría ésta es la "figura magistral": aparece reproducida en la lámina 4. El cuadrado intermedio de la figura magistral tiene la propiedad, según Llull, de ser equivalente en área al círculo de partida: los cuatro sectores circulares resultantes son visualmente iguales en superficie a las figuras mixtilíneas limitadas por los cuatro ángulos del cuadrado y una cuerda de circunferencia».

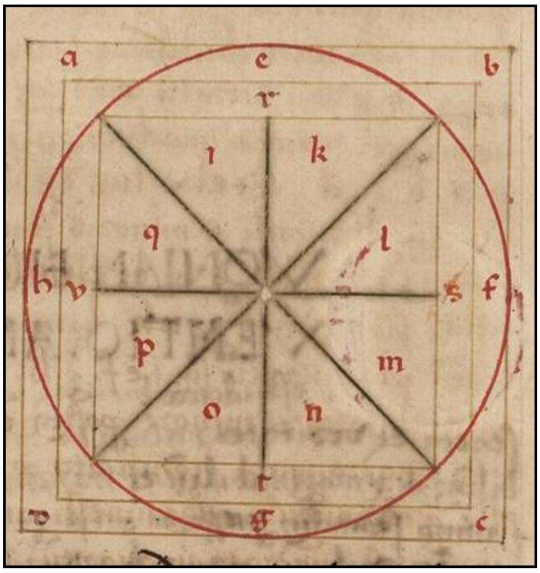


Lámina 4. Figura magistral

«La comprobación visual que propone Llull para verificar este caso y otros análogos, se explica por la noción medieval de la geometría como una ciencia empírica, que funciona a través de la observación, en contraste con el rigor numérico de la aritmética; en cualquier caso, las soluciones medievales de la cuadratura del círculo están muy lejos del refinamiento teórico de las griegas, como muestran Clagett y Tannery, entre otros historiadores de la matemática. Para Llull, sin embargo, la construcción del cuadrado (como también del triángulo) equivalente al círculo, tal como aparece en la lámina 5, no sólo es posible en una aproximación visual, sino que es necesaria, en la medida en que es necesaria la figura plena, que de un simple vistazo presenta al ojo del observador, con singular economía, una de las condiciones más hermosas de la realidad creada».

Lámina 5. Cuadratura del círculo

Estas referencias que se citan sobre *Ramón Llull y la Cuadratura del círculo*, reproducen parcialmente un texto cuya titular figura en el encabezamiento y cuyo documento completo aparece publicado por el *Centre de Documentació Ramón Llull* en el siguiente enlace.

http://www.narpan.net/documents/quadratura.htm

La *Figura Magistral* de Ramón Llull.

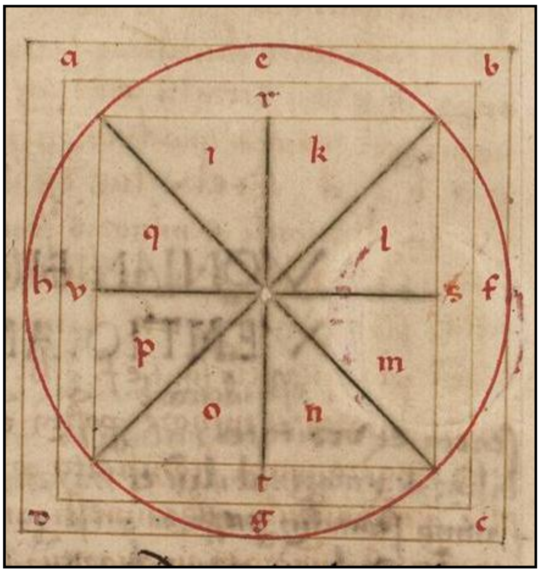


***Figura Magistral* de Ramón Llull**

La *Figura Magistral* de Ramón Llull ilustra convenientemente que hay un cuadrado intermedio, dibujado entre en cuadrado inscrito y el cuadrado circunscrito, que ha de constituir la solución del problema de la cuadratura del círculo, porque según Llull, "*el cuadrado intermedio tiene la propiedad de ser equivalente en área al círculo de partida*".

Realizando un análisis superficial de esa figura, se desprenden algunas evidencias que pueden resultar interesantes. La más elemental consiste en deducir que, efectivamente, la superficie de un cuadrado que tiene la misma superficie que la del círculo, ha de encontrarse entre la superficie del cuadrado inscrito, que es menor, y la del circunscrito, que es mayor.

La segunda es la de dar por supuesto que dicho cuadrado resulta imposible trazarlo al azar, sino que ha de hacerse mediante la utilización de una serie de referencias. Y en este dibujo las únicas referencias de las que pudo servirse Llull son las medidas de los otros dos cuadrados. Efectivamente, con una simple apreciación visual, da la impresión de que los lados del cuadrado intermedio tienen una medida que se sitúa en la mitad de la diferencia de medidas de los lados de los otros dos cuadrados.

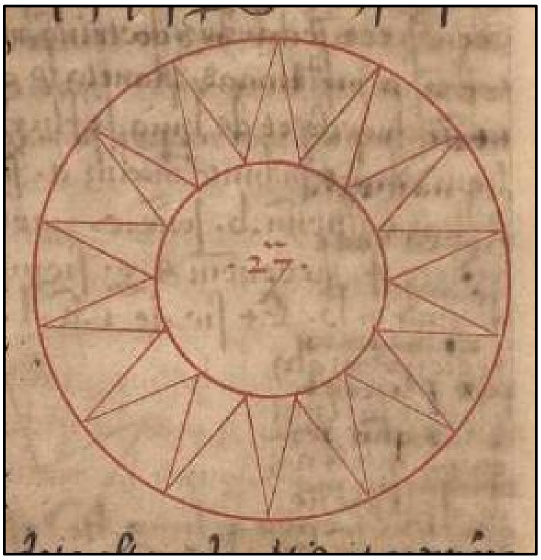
Si esto fuera así, no cabría más remedio que deducir que Llull no realizó ningún cálculo con las medidas del radio del círculo y el lado del cuadrado para obtener y comparar los valores de las superficies de ambas figuras, ya que de hacerlo así, hubiera constatado que ambos valores diferían notablemente. Por tanto, hemos de pensar que con la *Figura Magistral* únicamente plasmó un ejercicio teórico sobre este conocido problema de geometría, tratando de mostrar que la solución resultaría posible, pero sin entrar en la forma o el método para resolverlo.

Para finalizar este pequeño análisis, la figura de Llull también puede resultar interesante para conocer las proporciones que se dan entre las diferentes medidas de los lados de los tres cuadrados y las del que resultaría ser la solución exacta. Realizando el mismo dibujo en un ordenador, ya que las proporciones de todas las figuras geométricas siempre resultan iguales en función de la medida del círculo, se obtienen unas medidas cuyos resultados, expresados en porcentajes, son los siguientes:

Los lados del cuadrado intermedio miden un 17,16% más que los del cuadrado inscrito, un 17,16% menos que los del circunscrito. Los lados del cuadrado que tiene la misma superficie que el círculo, miden un 3,69% más que los del cuadrado intermedio, un 19,86% más que los del inscrito, y un 12,87% menos que los del circunscrito. Como se puede deducir con estos datos, las medidas del cuadrado objeto de la solución, no guardan ninguna proporción que pudiera valorarse como significativa, ni que sirvieran para determinar alguna referencia geométrica, respecto de los tres cuadrados representados en la *Figura Magistral* de Llull.

La *Estrella de 14 puntas* de Ramón Llull.

La siguiente figura que también forma parte del texto de la *Nova Geometría* de Ramón Llull, resulta muy ilustrativa, ya que en ella se representa una estrella de 14 puntas, cuyo trazado requiere realizar la división de la circunferencia en 7 partes iguales y a continuación en otras 7 marcando los puntos medios respectivos.



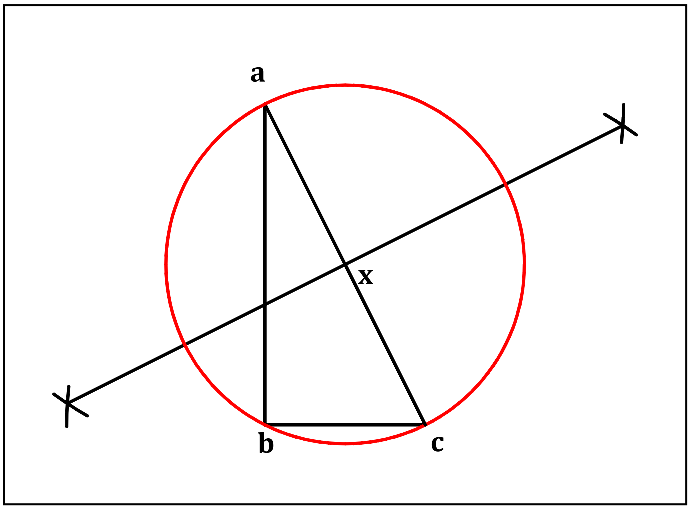
Estrella de 14 puntas

Hay que comentar que la división de la circunferencia en siete o catorce partes iguales, es algo infrecuente en geometría, en lo referido a aspectos ornamentales o decorativos, ya que dichas divisiones realizadas con un compás, no resultan exactas, debido a que hay una pequeña diferencia que hay que tratar de compensar, marcando de forma alternativa los puntos de división, en el mismo sentido de las agujas del reloj y en el contrario, respectivamente.

Por otra parte, la estrella que vemos representada en el dibujo, independientemente del círculo central, está trazada con el mismo método que se utiliza para trazar un pentagrama o un octograma, es decir, partiendo de un punto de división se realizan trazos continuos uniendo las líneas con el punto sexto punto consecutivo en el sentido de las agujas del reloj, hasta finalizar en el punto de inicio.

Los triángulos rectángulos.

«En un triángulo rectángulo, si se traza una circunferencia cuyo centro está situado en el punto medio de la hipotenusa, y cuyo radio es la distancia hasta uno cualquiera de los vértices, dicha circunferencia pasa siempre por los tres vértices del triángulo».



Es esta una singularidad que únicamente se da con los triángulos rectángulos. El centro de la hipotenusa siempre es equidistante de los tres vértices. Algo que no ocurre en ninguna otra clase de triángulos, ya que los centros equidistantes de los vértices se hallarán situados "dentro o fuera" del área del triángulo, pero nunca sobre uno de sus lados.

De esta forma, la hipotenusa de un triángulo rectángulo es a la vez, el eje o el diámetro de la circunferencia que pasa por sus tres vértices. Una singularidad muy simple pero que nos muestra un detalle de gran importancia, y es que si desde los extremos de cualquier eje de una circunferencia se trazan dos líneas rectas que convergen en un mismo punto situado en el perímetro circular, dichas líneas forman siempre un ángulo recto.

Esta curiosa propiedad da lugar a que desde cualquier eje de una circunferencia se pueden trazar un número ilimitado de líneas rectas con las que se pueden construir cuantos cuadrados se deseen, cuyos lados aumentan de forma progresiva, desde la del cuadrado inscrito que es el menor, hasta la del cuadrado circunscrito que es el mayor.

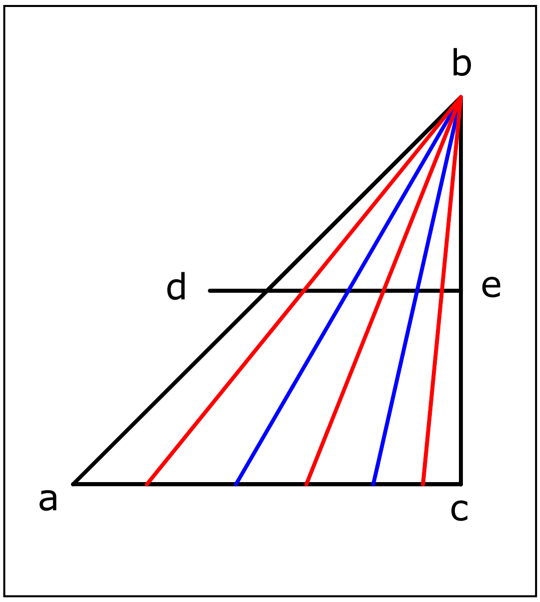
Algunas características de los triángulos rectángulos.

«El número de oro, o sección de oro, es una relación que ha sido usada en la arquitectura sagrada y el arte ya desde el período del antiguo Egipto. Las construcciones y los objetos sagrados de egipcios y griegos tienen geometrías basadas en la división del espacio obtenida por rectángulos raíz y sus derivados. Los rectángulos raíz son producidos directamente a partir de un cuadrado por el simple dibujo con compás, entrando así a la categoría de la geometría clásica, producida sin mediciones.

Existe una serie de rectángulos raíz que se hallan interconectados. El primero de ellos es un cuadrado, el segundo es raíz de 2, el tercero es raíz de 3, el cuarto es el doble cuadrado y el quinto es raíz de 5. Si bien los lados de dichos rectángulos no son medibles en términos numéricos, los griegos decían que no eran realmente irracionales porque eran medibles en términos de cuadrados producidos de ellos. La posibilidad de medición en términos de área en lugar de longitud ha sido uno de los grandes secretos de los griegos».

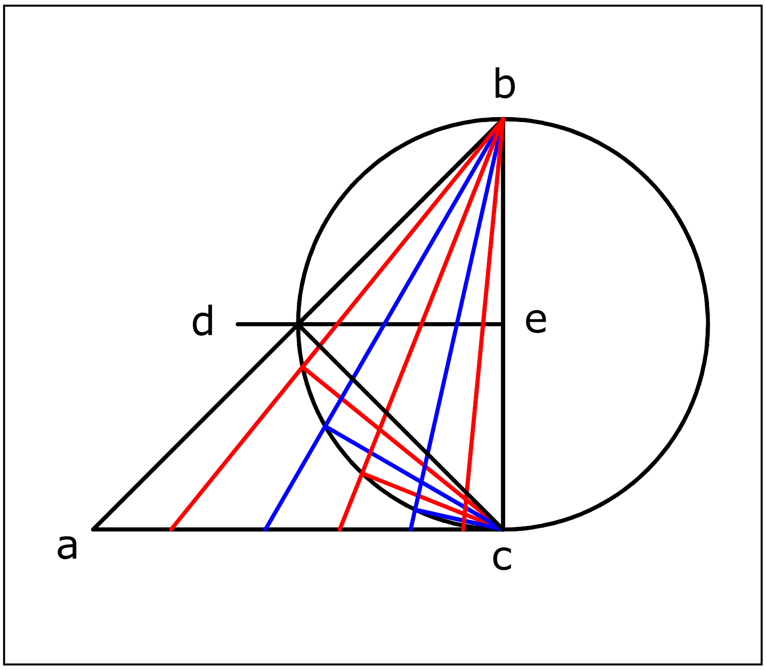
http://www.bibliotecapleyades.net/geometria_sagrada/esp_geometria_sagrada_1.htm#nuevos_aportes

En el siguiente dibujo se representan al azar una serie de triángulos rectángulos, contenidos a su vez dentro de un triángulo rectángulo mayor, de hipotenusa (a-b) y cuyos dos catetos son iguales: (a-c=b-c).



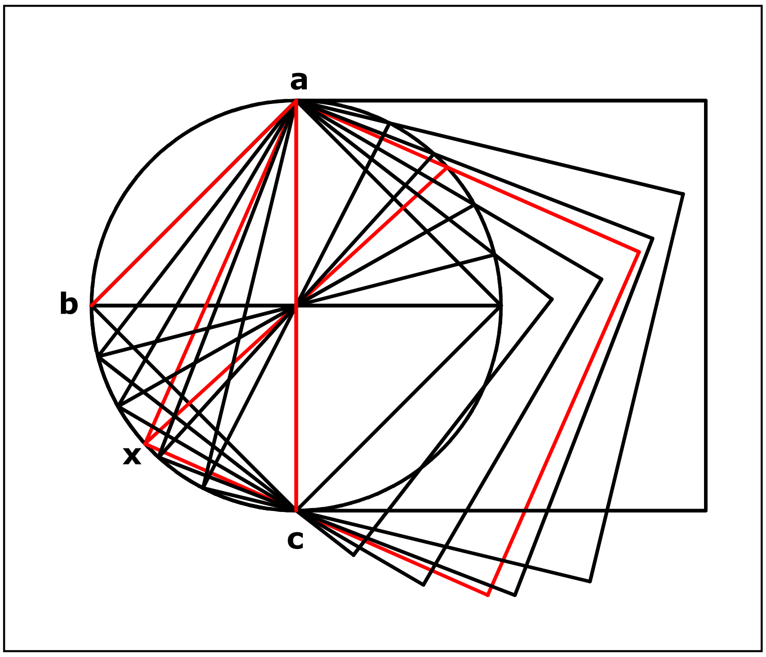
Estos triángulos rectángulos tienen un elemento común, y es que la línea (d-e) que divide por la mitad el cateto (b-c), paralela al cateto (a-c), también divide exactamente por la mitad a todas las líneas que forman las hipotenusas de los citados triángulos. Eso significa que las distancias desde el vértice (b) del citado cateto, común a todos ellos, hasta la línea (d-e) que las divide por la mitad, son iguales a las distancias entre esa línea y los vértices marcados sobre la línea (a-c) de la que forman parte los catetos menores de cada uno de los triángulos.

Sobre dicha figura se traza una circunferencia con centro en (e), situado en la mitad del cateto mayor (b-c) y desde cada uno de los puntos en los que la circunferencia corta las hipotenusas de cada uno de los triángulos rectángulos, se trazan las líneas que los unen con el punto inferior (c), con el cual se forman a su vez nuevos triángulos rectángulos, todos dentro del círculo, de los que el cateto (b-c) pasa a ser la hipotenusa común de todos ellos.



La serie de triángulos rectángulos aumentan progresivamente de tamaño, conforme se cortan con el perímetro circular, desde el punto (d) hasta el punto (c).

Continuando con esa misma figura, a partir de cada triángulo rectángulo y para cada uno de ellos, se completan las líneas con las que se forman sus correspondientes cuadrados.



Como se puede apreciar, al igual que la serie de triángulos, cada uno de sus cuadrados aumenta progresivamente de superficie, desde el cuadrado inscrito que es el de menor lado (a-b), hasta la medida del cuadrado circunscrito, que es el de mayor lado (a-c).

En dicha progresión, necesariamente ha de haber un cuadrado de lado (a-x), que en teoría, tiene una superficie igual a la del círculo.

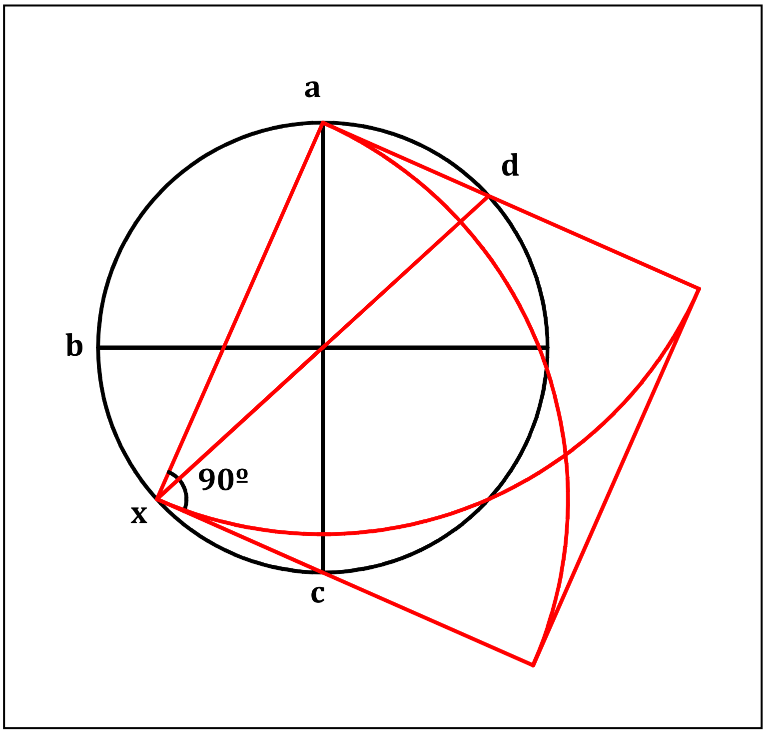
Habitualmente, los textos básicos sobre Geometría enseñan cómo dibujar un cuadrado perfecto utilizando una circunferencia. Se trata del cuadrado inscrito, aquél que se forma uniendo los cuatro puntos de dos ejes perpendiculares entre sí. Sin embargo, como se puede apreciar en el anterior dibujo, en un círculo se pueden trazar un número ilimitado de cuadrados a lo largo de su perímetro circular, desde el cuadrado inscrito hasta el cuadrado circunscrito.

El método de trazado de Leonardo da Vinci.

«Quienes postularon el milenario problema de la cuadratura del círculo, sin duda conocieron la forma de resolverlo. Del propio enunciado debería deducirse que se trata de un problema de dibujo geométrico».

Como ya vimos en el capítulo inicial, Leonardo da Vinci dejó plasmado en su dibujo de *El Hombre de Vitruvio* el método para el trazado del cuadrado, con el que se puede resolver la cuadratura del círculo. Y como ya se indicó, el fundamento de dicho método consiste en marcar sobre el perímetro circular dos puntos: Un primer punto para trazar sobre él la primera línea del cuadrado, desde el extremo de un eje. Un segundo punto, simétricamente opuesto al primero, que se marca desde aquél con la línea que pasa por el centro del círculo.

El método de Leonardo para el trazado de un cuadrado a partir de un círculo, que debe ser dibujado con un compás y una regla sin graduar, y cuyo resultado es siempre un dibujo como el de la siguiente imagen, se ejecuta con los pasos que se muestran posteriormente:



Situando la regla en el punto superior del eje vertical (a) hasta un punto (x) situado sobre el perímetro circular (b-c), se ha de trazar una primera línea (a-x) que será el primer lado del cuadrado.

Con la regla desde dicho punto (x) y pasando por el punto inferior del eje vertical (c) se traza una línea prolongándola más allá de dicho punto.

Con el compás situado en el punto (x), se toma la medida de la primera línea (x-a) y se traslada sobre la prolongación de la línea (x-c) marcando la misma medida, con lo que se obtiene el segundo lado del cuadrado.

Con la regla situada entre el punto (x) y el centro del círculo, se traza una línea para marcar el punto (d) simétricamente opuesto.

Con la regla situada en el vértice superior del eje (a) y pasando por el nuevo punto (d) se traza otra línea, prolongándola más allá de dicho punto, a la cual, con el compás situado en el vértice (a), se traslada la misma medida del lado inicial (a-x) formando el tercer lado del cuadrado.

Finalmente, situando la regla entre los dos extremos de los lados segundo y tercero, se traza la línea del cuarto lado, con el que quedará completado el cuadrado.

Siguiendo este método de trazado, únicamente queda por explicar que es preciso encontrar el trazado de esa primera línea (a-x) que tiene que cumplir con la igualdad de la ecuación $(a\text{-}x)^2=\pi r^2$, es decir, que sea el lado del cuadrado que tiene la misma superficie que el círculo.

Y es que las posibilidades son ilimitadas, dada la multiplicidad de trazados diferentes con los que se puede abordar ese objetivo.

El método tiene dos fases que son siempre iguales: El dibujo se inicia a partir del círculo y del trazado de una línea cualquiera que pase por el centro, formando un eje. Esta disposición inicial proporciona tres puntos de referencia, el centro del círculo y los dos vértices del eje.

Y el dibujo finaliza siempre completando el cuadrado, una vez realizado el trazado de la primera línea de un lado. Los pasos para completarlo son siempre los mismos.

Entre ambas fases es donde está el quid del problema, cuyo objetivo no es otro que localizar el trazado de esa primera línea, que será siempre desde un extremo del eje hasta marcar un punto sobre el perímetro del círculo. Un objetivo que puede llegar a resultar muy complejo, ya que existen un sinfín de combinaciones diferentes, ya que desde los tres puntos iniciales que se han indicado, se pueden trazar de forma consecutiva cuantas líneas se deseen, rectas o curvas, que se van cortando en el interior del círculo, marcando sucesivos puntos de referencia y por cada nuevo punto se puede trazar una nueva línea que se corta con otra, de la que surge un nuevo punto de referencia y así sucesivamente.

Dada la complejidad que puede alcanzarse en esta fase, la recomendación es buscar solo aquellos trazados que resulten ser elementales y con pocos pasos. Esta es una recomendación que ya se daba desde la antigüedad, y al parecer por personas que podrían haber conocido el método de trazado y la solución: Tres o cuatro pasos deberían ser suficientes para encontrar esa primera línea.

Por ejemplo y como ya vimos en un apartado anterior, con la división de la circunferencia en partes iguales, las referencias que van surgiendo para marcar puntos y trazar líneas, utilizando la regla y el compás, son inagotables. Aunque existen otras muchas formas de acometer ese objetivo.

Precisamente, la línea exacta que supone la solución del problema, forma junto con un eje del círculo un ángulo aproximado de 27º 36’, por lo que una de las vías que se pueden aplicar para su localización es mediante las líneas o segmentos que conforman de las distintas funciones trigonométricas.

Trigonometría.

Unas breves referencias de trigonometría elemental, nos pueden resultar de gran utilidad para orientarnos acerca de las posibilidades que existen a la hora de enfocar la búsqueda de la solución del problema.

Hasta hace tan solo unas décadas, y durante muchos siglos, todos los dibujos geométricos se realizaban con la regla y compás. Y todos los cálculos referidos por ejemplo, a la confección de mapas, de planos, en los viajes marítimos, en la aeronáutica, en la arquitectura, se realizaban con la sola utilización de una regla y un compás, lo que contribuyó finalmente en el desarrollo de la trigonometría.

La trigonometría se define como la rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los lados y los ángulos que forman un triángulo rectángulo.

«Las funciones trigonométricas, en matemáticas, son relaciones angulares que se utilizan para relacionar los ángulos del triángulo con las longitudes de los lados del mismo según los principios de la Trigonometría»

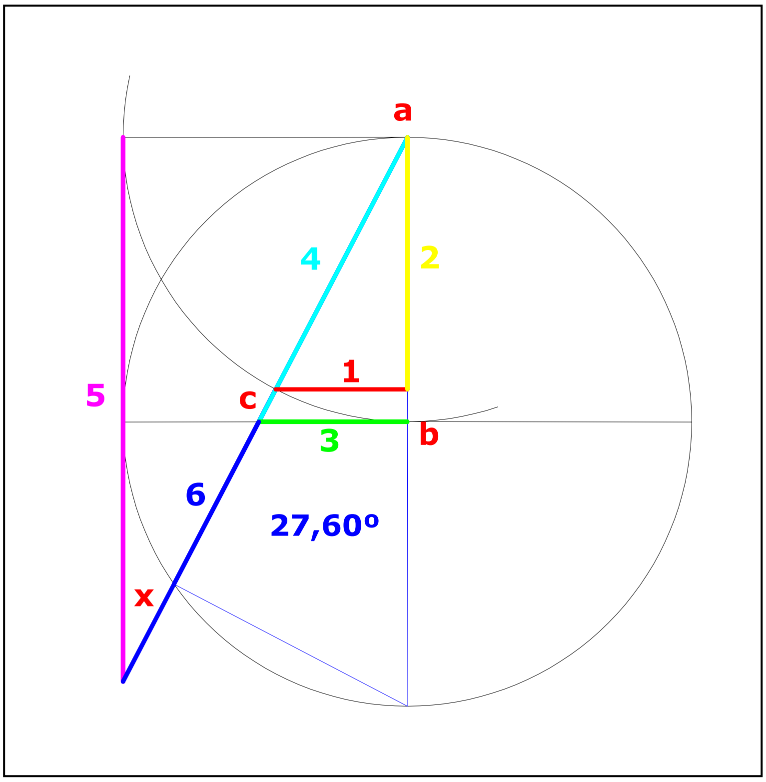
Precisamente, acerca del problema de la cuadratura del círculo, el planteamiento inicial consiste en el trazado de un triángulo rectángulo, ya que, se parte siempre de una circunferencia cualquiera y de uno de sus ejes, que será la hipotenusa de un triángulo rectángulo, del cual, el cateto mayor será esa línea inicial, a partir de la cual se completarán los otros tres lados del cuadrado buscado.

El planteamiento consiste en ir marcando sucesivas referencias para tratar de encontrar con el compás las funciones trigonométricas del ángulo formado por el eje del círculo y esa primera línea buscada. Esto será simplemente un ejercicio más de geometría lineal para mostrar que son múltiples las formas de acometer la búsqueda de una solución que, como ya se ha señalado, ofrece múltiples vías y también múltiples dificultades.

Trigonometría: Ángulo de 27,60º

En el siguiente dibujo, la línea (a-x) se ha trazado con la misma medida que el lado de un cuadrado cuya superficie sería igual a la del círculo. Dicha línea corta el eje horizontal en un punto (c) formando con el eje vertical un triángulo rectángulo (a-b-c), del que la hipotenusa (a-c) es a su vez el radio del círculo.

Las funciones trigonométricas básicas de dicho triángulo se han marcado con sus segmentos correspondientes, diferenciándolos con un color y un número diferente. A partir de la medida de cualquiera de ellos se puede calcular los grados del ángulo formado, y el resultado es de unos 27,60º aproximadamente.



1–Seno 2–Coseno 3–Tangente
4–Secante 5–Cotangente 6–Cosecante

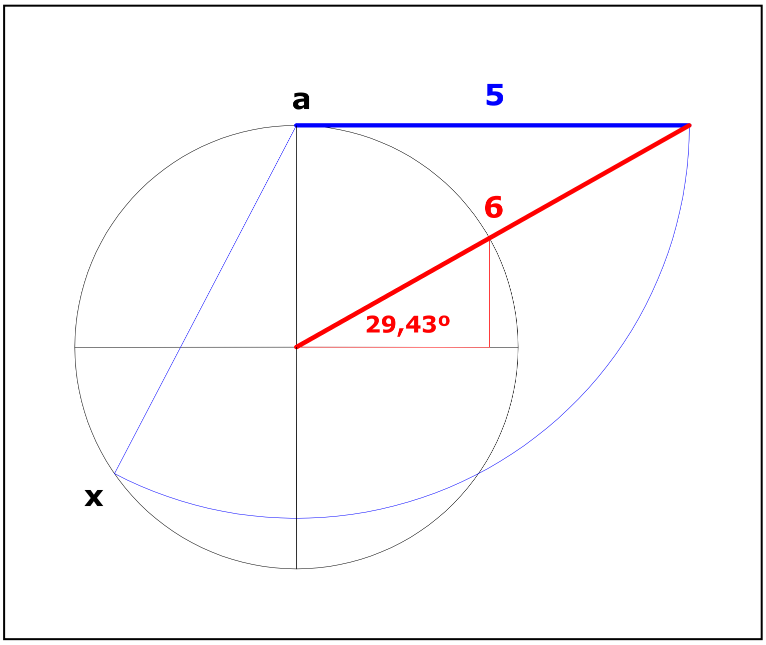
Conociendo esta casuística, se trataría de buscar con un compás la forma de obtener las referencias trigonométricas que permitieran marcar la medida de uno cualquiera de los citados segmentos, o el punto donde la línea del ángulo corta el eje horizontal, con lo que resultaría posible trazar la primera línea (a-x), y a partir de ella el resto de un cuadrado.

Trigonometría: Ángulo de 29,43º

Otra variante para buscar la solución, utilizando los segmentos correspondientes a las referencias trigonométricas, sería tratar de obtener con el compás un ángulo de 29,43º aproximadamente, sobre un cuadrante del eje horizontal.

Con la cosecante de dicho ángulo (segmento 6) se obtiene la cotangente (segmento 5) que tiene exactamente la misma medida que el lado del cuadrado que da la solución.

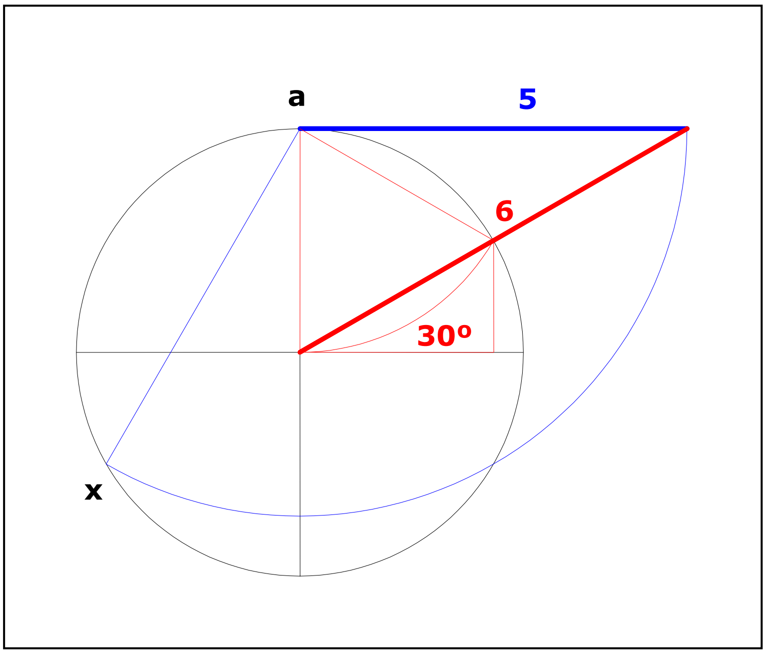
Sólo restaría trasladar dicho segmento con el compás hasta cortar el círculo (línea a-x), y a partir de ella completar el cuadrado.



Trigonometría: Ángulo de 30º

Con el mismo ejemplo que el dibujo anterior, si el ángulo que diera para la cotangente la medida exacta, fuera el de 30º en lugar del de 29,43º, obtener la solución de la cuadratura con el compás y la regla resultaría sencillísimo de realizar, puesto que la cosecante (segmento 6) del ángulo de 30º mide exactamente el doble que la medida del radio del círculo.

O también, bastaría con marcar el punto que divide en un tercio un cuadrante de la circunferencia, punto que se obtiene con la misma medida del radio, y por dicho punto trazar la cosecante (segmento 6) para obtener la cotangente (segmento 5).



Cosecante del ángulo de 30º (segmento 6) igual a dos radios

Este ejemplo, aunque supone una aproximación a la solución, la superficie resultante para el cuadrado tiene un margen de error por defecto, de un porcentaje del -4,50%, respecto de la superficie del círculo.

Por no resultar operativo, se prescinde el detallar y explicar las diferentes expresiones y fórmulas matemáticas que determinan los valores de cada una de las mencionadas relaciones trigonométricas.

Pero sí que puede resultar conveniente resaltar que los valores que corresponden a dichas relaciones, son números fraccionados que representan un factor multiplicador respecto de la medida del radio de una circunferencia.

Es decir, los valores de todas las funciones se calculan respecto a una circunferencia a la que se da un valor para su radio igual a 1, por lo que para determinar el valor numérico que representa la medida real de cualquiera de los segmentos que se han señalado, hay que multiplicar dichos factores por el radio de la circunferencia con cuyo ángulo se han calculado.

Y todos los valores de las funciones trigonométricas son factores numéricos decimales fraccionarios de π, comprendidos entre 0π y 2π.

¿Qué es realmente imposible en este problema?

En una enciclopedia se define la cuadratura del círculo como:

«Construcción geométrica de un cuadrado equivalente a un área dada. (Los antiguos geómetras se propusieron efectuar la cuadratura del círculo con la ayuda de regla y compás solamente. En la actualidad, se ha demostrado que éste es un problema imposible de resolver)».

En la enciclopedia libre de Wikipedia, en Internet, se define como que:

«No existe un método geométrico que permita la cuadratura del círculo, es decir, relacionar un círculo y un cuadrado de igual área, utilizando sólo regla y compás».

Y con un argumento basado en la trascendencia de la constante PI:

«Siendo πr^2 el área del círculo y b^2 el área del cuadrado, donde r y b son el radio del círculo y el lado del cuadrado respectivamente, se observa que, para el cuadrado de área igual a la del círculo $b = r\sqrt{\pi}$.

En otras palabras, el radio del círculo y el lado del cuadrado son proporcionales, siendo $\sqrt{\pi}$ *el factor de proporción.*

Esto implica que, si fuera posible cuadrar el círculo, se podría obtener $\sqrt{\pi}$ *con regla y compás, es decir, se lograría obtener* $\sqrt{\pi}$ *por medio de operaciones no algebraicas. Sin embargo, los números trascendentes son un subconjunto de los números reales que se caracterizan, entre otras cosas, precisamente por no ser obtenibles a partir de tales operaciones. Si* π *es un número trascendente, como demostró Lindemann,* $\sqrt{\pi}$ *también lo es. De aquí la imposibilidad de cuadrar el círculo a la manera griega».*

Estos argumentos responden a conceptos matemáticos muy modernos, a los que no hay nada que objetar. Sin embargo, a lo largo de siglos pasados, incluso durante milenios, estos mismos argumentos ni siquiera se planteaban, no existían, y por tanto no son los que determinaban la misma conclusión, es decir, la imposibilidad de encontrar la solución del mismo problema con regla y compás.

Y sin embargo, la imposibilidad de encontrar la solución siempre ha existido, por tanto, es preciso replantearse esos razonamientos y buscar la explicación de algunas otras cuestiones. ¿Por qué desde la antigüedad ha venido siendo considerado imposible de resolver? ¿Cuáles han sido históricamente los argumentos de esa imposibilidad?

Con el método de Da Vinci para trazar el cuadrado a partir del círculo, que se ha mostrado anteriormente, se ve con toda claridad que existen innumerables formas diferentes de trazar los dibujos de forma manual, y de tantas y diversas formas, son muchos los resultados en los que las medidas de los lados de los cuadrados son prácticamente coincidentes, debido a la imposibilidad de obtener con una regla convencional, unas mediciones exactas, ni siquiera aproximadas, por lo que muchos de los resultados obtenidos podrían ser considerados como soluciones.

Esta es una dificultad con la que se habrían encontrado en el pasado, quienes hubieran conocido y utilizado el mencionado método de trazar los cuadrados. Al constatar la multiplicidad de trazados tan diferentes y comparar los resultados tan coincidentes, únicamente se puede sacar una misma y evidente conclusión:

«El problema de la cuadratura no tiene solución, porque dada la diversidad de dibujos que se pueden trazar, resulta imposible determinar cuál de ellos es realmente la solución».

Sin embargo, en la actualidad tenemos a nuestra disposición avanzados sistemas informáticos, con los cuales se puede superar la mencionada dificultad, ya que nos permiten trazar los mismos dibujos, y obtener unas medidas exactas y realizar unos cálculos precisos. Tan precisos como para poder determinar, en el caso de la cuadratura, cuál es la solución con total exactitud.

La solución tecnológica.

Los avances tecnológicos que se han producido en apenas unas pocas décadas, abren una nueva dimensión a numerosas ramas de la ciencia, como la Geometría, ya que permiten abordar la resolución de numerosos problemas, con una rapidez y precisión que hasta hace unos pocos años nos podrían parecer totalmente imposibles.

La posibilidad de utilizar un ordenador, con un programa de dibujo informático, permite en la actualidad poder plantear una demostración para ver que la solución de la cuadratura del círculo no solo es posible, sino real, y además, convierte la búsqueda de este objetivo en una tarea sumamente sencilla.

Hemos visto que existe un argumento matemático, oficialmente aceptado, con el que se demuestra que la solución a este problema es "imposible", basado en el valor de la constante π, por ser considerado éste como un número "no construible" y por tanto imposible de representar con un compás.

Sin embargo, el citado argumento deja de tener la consistencia fundamental que se le otorgaba, si se pone de manifiesto que la representación de dicho número "no construible", si se puede lograr utilizando las nuevas tecnologías. Un programa de dibujo informático, está diseñado con una gran cantidad de herramientas y opciones, de forma que permite plasmar sobre la pantalla de un ordenador cualquier clase de dibujo, lineal, geométrico, en tres dimensiones, etc, cualquier figura y con cualquier medida que se precise, incluso con bastantes números decimales.

Dicho de forma elemental, un programa de dibujo informático transforma automáticamente cualquier valor numérico que se introduzca como medida o parámetro, en la representación de un segmento rectilíneo, como podría ser el radio de un círculo o el lado de un cuadrado o de cualquier otro polígono o figura geométrica. Incluso si en ese parámetro se introduce el valor numérico correspondiente a π, o a su raíz cuadrada.

Entre las muchas herramientas informáticas que se pueden utilizar con un ordenador, está la hoja de cálculo Excel, con la cual se pueden realizar cualquier clase de operaciones de cálculo, incluidas las fórmulas matemáticas y trigonométricas.

Utilizando de forma complementaria estas dos herramientas informáticas, el programa de dibujo Autocad y la hoja de cálculo Excel, se puede obtener la representación exacta de lo que sería la solución del problema de la cuadratura del círculo, es decir, obtener el dibujo de un cuadrado que tiene la misma superficie que el círculo de partida.

El funcionamiento de ambas herramientas, para el caso que nos ocupa, es muy fácil y elemental, por lo que no se requiere tener unos conocimientos profundos de dichos programas. Para facilitar la comprensión de cómo se realiza el dibujo de la mencionada solución, se detallan paso a paso las acciones que hay que llevar a cabo.

En el programa de dibujo, con la herramienta Círculo se posiciona en un punto (a) sobre la pantalla, se hace clic con el ratón, se abre con un radio al azar, se hace clic de nuevo y queda dibujado un círculo.

Con la herramienta Línea se posiciona sobre el centro (a) del círculo y se traza un segmento hasta un punto (b) del perímetro del círculo, se hace clic y queda dibujado el radio (a-b). Se posiciona en el punto opuesto del círculo (c), se hace clic y queda dibujado el diámetro (b-c).

Con la herramienta Longitud se posiciona sobre el radio, se hace clic y se obtiene la medida de dicho radio con cuatro decimales.

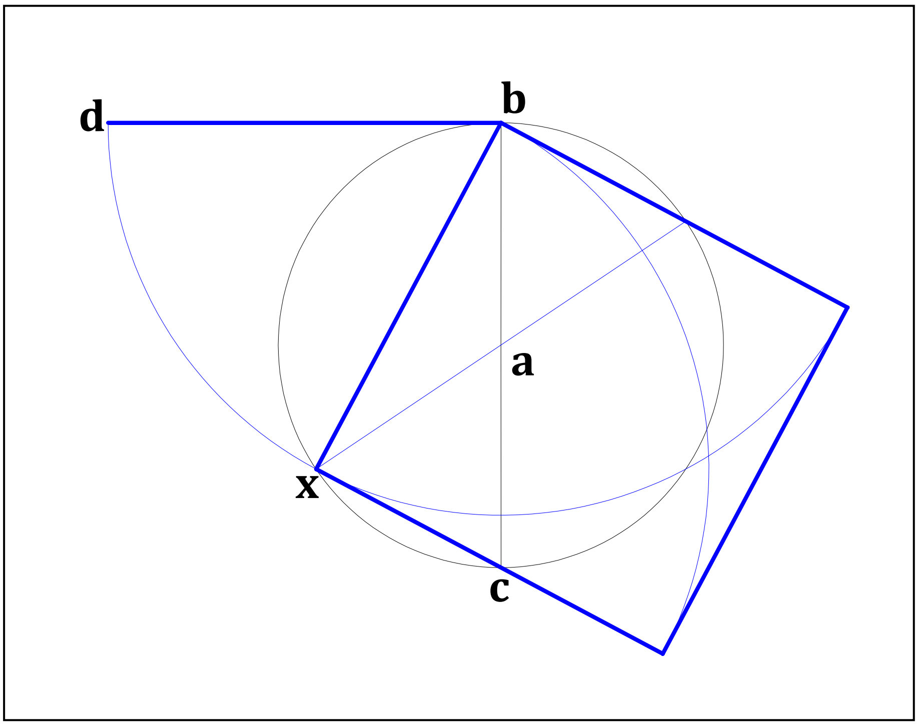
En la hoja de cálculo se introduce dicha medida en una celda de valor r y en una celda contigua se pone la fórmula $\pi * r^2$ y automáticamente se obtiene el valor correspondiente a la superficie del círculo dibujado.

En una nueva celda se introduce la fórmula Raíz, se selecciona la celda anterior y automáticamente da el valor resultante con las cifras decimales que se desee. Esta cifra es la medida exacta del lado de un cuadrado que tiene la misma superficie que el círculo.

Se copia dicha cifra y en el programa de dibujo con la herramienta Línea, se posiciona en un punto (b), se hace clic y se abre un parámetro en el que se pega el número copiado. Se hace clic y queda dibujado un segmento (b-d) que tiene exactamente esa misma medida.

Para finalizar el ejemplo, a partir de la línea (b-x) se trazan otras tres líneas para completar el cuadrado, siguiendo los pasos señalados en el método mostrado anteriormente.

La representación completa del dibujo Autocad es la siguiente:



Con un ordenador se calcula la línea (b-d) a partir del radio (a-b) y se dibuja un cuadrado con la misma superficie que el círculo.

Con la hoja de cálculo Excel, las medidas y los cálculos realizados, **demuestran el dibujo de un cuadrado cuya superficie es igual a la del círculo,** como se ve en el cuadro siguiente:

Dibujo de la solución tecnológica	**Medidas en milímetros**
Radio de la circunferencia	130,3312
Lado del cuadrado	231,0060
Valor de PI	3,14159265
Superficie del cuadrado	53.363,7720
Superficie del círculo	53.363,7893
Diferencia de las superficies	**-0,0172**
Lado del cuadrado exacto	231,0060
Diferencia longitud lado	0,0000
Porcentaje de error diferencia de superficies	**0,00%**

Probablemente, Leonardo da Vinci nunca imaginó que en un futuro se desarrollarían técnicas que harían posible comprobar con total precisión las medidas de los dibujos y con ello, poder confirmar que la cuadratura del círculo tendría solución.

Aunque esta afirmación puede resultar algo superficial, ya que un genio como Leonardo muy bien pudo realizar el dibujo de *El Hombre de Vitruvio*, precisamente con la intención de dejar constancia de que él conoció el método preciso para resolverlo.

Los tres cuadrados del círculo.

El principal argumento por el que se considera que este problema resulta imposible de resolver, está basado precisamente en el hecho de utilizar un compás, en razón a que tanto la constante π como su raíz cuadrada - $\sqrt{\pi}$ - son números trascendentes y no construibles con un compás, lo que determina la deducción de la mencionada imposibilidad de cuadrar el círculo a la manera griega, es decir, utilizando la regla y el compás.

Sin embargo, y aunque el peso de este argumento sea consistente desde el punto de vista matemático, puede resultar curioso analizar la paradoja que se produce al realizar la división de una circunferencia o de un círculo en partes iguales, por ejemplo por 3, por 4, por 5, por 6, por 8, por 9, o por cualquiera de sus múltiplos, tanto si son números pares como impares.

Si las divisiones se hacen de forma aritmética sobre los valores numéricos, tanto de la longitud como de la superficie, los resultados que se obtienen nunca son exactos, ya que siempre tienen un número indefinido de decimales que es preciso *redondear* al alza o a la baja, y despreciando los restos, debido precisamente a la indeterminación del número de decimales que tiene la constante π.

Si las divisiones se hacen de forma geométrica con un compás, como hemos visto en un apartado anterior, los resultados obtenidos, excepto para el número 7, son siempre exactos, ya que todas las fracciones son idénticas unas a otras, tanto al dividir la longitud de la circunferencia como al fraccionar la superficie del círculo, siendo que la determinación de las mediciones lleva implícita la constante π, cuyo valor es la relación relativa existente entre la circunferencia y su radio.

La paradoja resulta ser que la relación numérica es *relativa* que es un valor fraccionado, digital, un *número trascendente,* la constante π, mientras que para el compás la relación entre la circunferencia y su radio es siempre exacta, *analógica*, absoluta. Y no sólo en la relación con el radio, sino para todas aquellas líneas que se trazan tomando como referencia la propia circunferencia o el círculo.

En el caso concreto de los cuadrados, por ejemplo, la relación *analógica* entre un círculo y su cuadrado circunscrito, resulta ser siempre exacta, ya que un lado de dicho cuadrado mide dos radios.

En el caso del cuadrado inscrito, también existe una relación exacta, pues los lados se obtienen dividiendo la circunferencia con el compás en cuatro partes iguales.

Y ambos cuadrados están relacionados entre sí por un *primer cuadrado cuyo lado es igual al radio del círculo*, ya que la superficie de dicho cuadrado es exactamente la mitad que la del cuadrado inscrito, que a su vez es la mitad del circunscrito, cuya superficie es por tanto cuatro veces mayor que el cuadrado cuyo lado es igual al radio del círculo.

Esta relación *analógica s*e refleja en las superficies de estos tres cuadrados, que es la establecida por un factor multiplicador del radio al cuadrado. Así, la superficie del primer cuadrado es $\boldsymbol{l^2 = 1 * r^2}$, la del inscrito es $\boldsymbol{l^2 = 2 * r^2}$**,** y la del circunscrito es $\boldsymbol{l^2 = 4 * r^2}$**.**

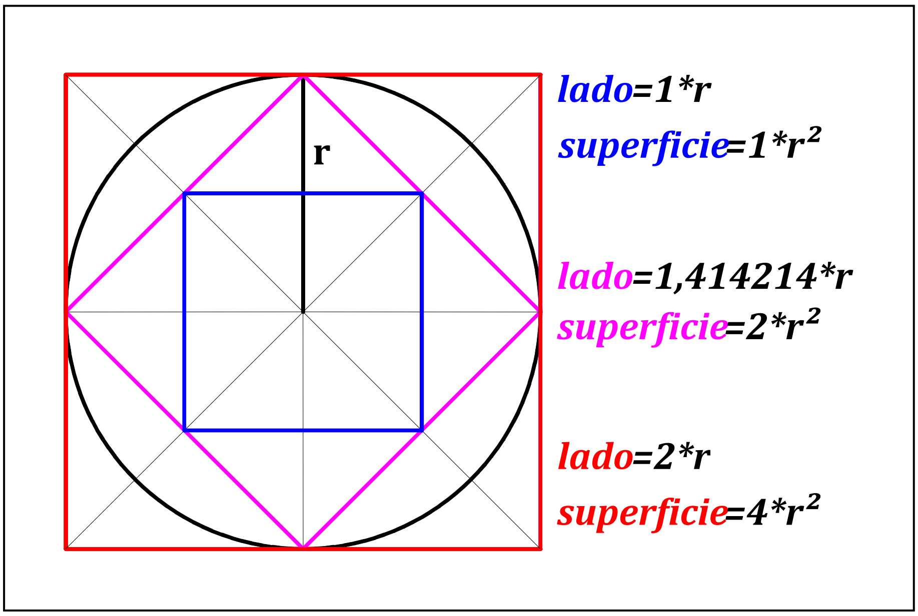
Esta misma relación, entre la superficie del cuadrado y el radio del círculo, se da por igual para todos aquellos cuadrados que tienen una superficie comprendida entre la del primer cuadrado y la del cuadrado circunscrito, determinada por un factor multiplicador del radio al cuadrado, y cuyos valores para la determinación de sus superficies están comprendidos entre 1 y 4.

La misma relación se produce en lo referente a los lados de estos tres cuadrados y la medida del radio del círculo. La medida de los lados está determinada por un factor multiplicador del radio.

Así para el primer cuadrado la medida es $\boldsymbol{l = 1 * r}$, para el inscrito es $\boldsymbol{l = 1{,}414214 * r}$, y para el circunscrito es $\boldsymbol{l = 2 * r}$**.**

De la misma forma, todos aquellos cuadrados cuyos lados tienen una medida comprendida entre la del primer cuadrado y la del cuadrado circunscrito, tienen un factor multiplicador del radio para la determinación de la medida de sus lados; factor cuyos valores están comprendidos entre 1 y 2.

En el siguiente dibujo se muestran los tres cuadrados, trazados con compás y regla a partir de de los cuatro ejes del círculo, y los factores multiplicadores del radio, para la determinación del lado y de las superficies de cada uno de ellos.



Los tres cuadrados y sus factores de relación con el radio del círculo

Una conclusión elemental que se puede extraer de esta paradoja, es que los lados de los tres cuadrados citados en el ejemplo, tienen una relación común con el círculo, tanto para el cálculo de sus superficies como para el de sus lados, que es la establecida precisamente por la medida del radio del círculo, una medida *analógica* que es la abertura del compás con el que se traza.

De la misma forma, esas mismas relaciones se dan para todos aquellos cuadrados que se trazan a partir de un círculo, tomando como referencia el perímetro circular del mismo, y cuyas medidas estén comprendidas entre las del cuadrado inscrito y las del circunscrito.

En el caso de la cuadratura, en el que un cuadrado ha de tener una superficie igual a la del círculo del que se parte, necesariamente ha de existir una línea que, trazada con el compás, ha de cumplir con total exactitud las mismas relaciones con respecto al radio. Así, el factor que determina la superficie de dicho cuadrado es 3,141593 (π) y el que determina la medida de su lado es 1,772454 ($\sqrt{\pi}$).

Los dos factores son unos valores numéricos decimales, complejos sí, pero numéricos al fin y al cabo, igual que todos los cuadrados que se pueden trazar con el mismo método.

Como ya ha quedado reflejado, existen innumerables formas diferentes, se puede afirmar que casi infinitas, partiendo de una circunferencia y de sus dos ejes primordiales, de marcar sucesivas referencias que permiten realizar una infinidad de dibujos para tratar de encontrar aquella línea cuya medida sea la expresada con el factor $l = 1{,}7724544 * r$, correspondiente a la ecuación $l = \sqrt{\pi} * r$, que es la medida del lado de un cuadrado que da la solución al problema de la cuadratura.

Un cuadrado que únicamente se podrá trazar utilizando el método de Leonardo de Vinci... con un compás y una regla sin graduar.

El trazado del cuadrado con regla y compás.

«Conforme la tradición señala desde Arquímedes, para encontrar los vértices del cuadrado a lo largo del perímetro circular, las operaciones de diseño o trazo, nunca habrían de ser más de tres».

De entre los muchos dibujos que podría presentar, realizados con una herramienta informática, siempre en base a buscar las líneas más elementales, con trazados simples, procurando que el número de pasos sean pocos, evitando con ello los trazados complejos o farragosos, con este planteamiento, de los diferentes resultados obtenidos, los hay que resultan ser aproximaciones a la solución, cuyos unos márgenes de error que se sitúan entre un ∓0,10% por defecto o por exceso.

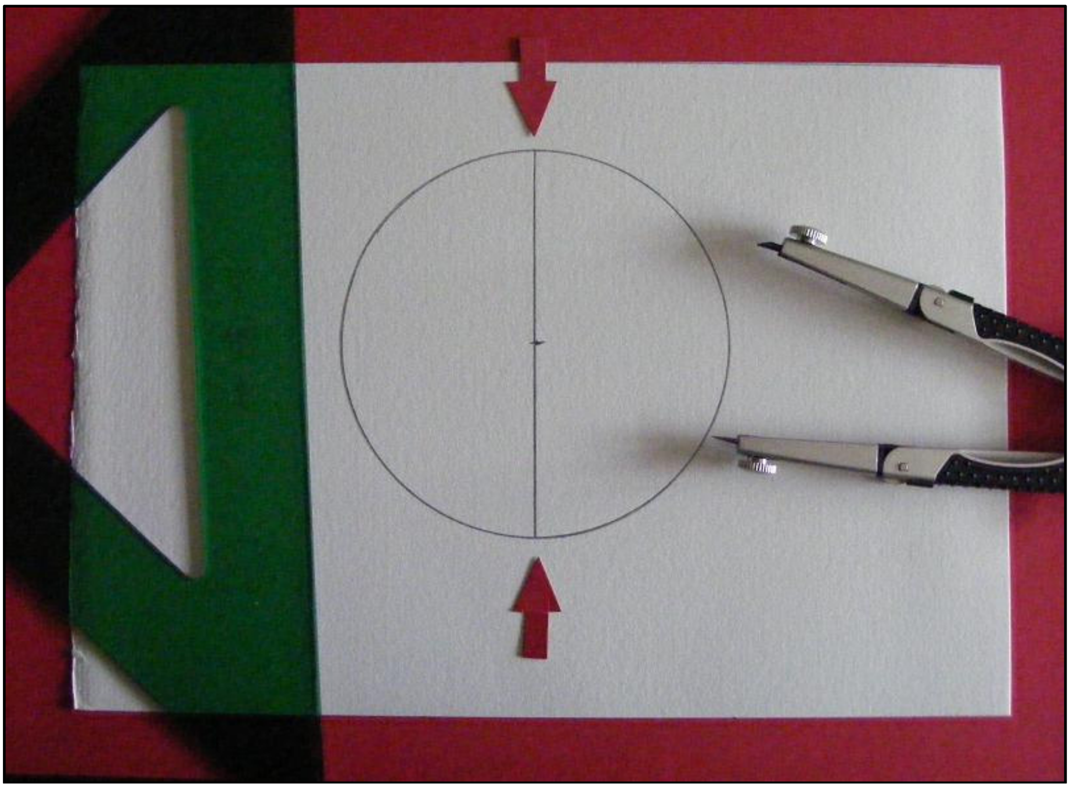
Esto significa que para muchos de estos dibujos hechos con el compás, y partiendo de una misma medida del radio del círculo, los resultados en las líneas de los cuadrados que se obtienen al final, son prácticamente coincidentes entre sí, si se superponen dichos dibujos.

Esta podría ser la razón por la que este problema ha sido considerado, durante siglos o milenios, imposible de resolver, o para expresarlo en la verdadera dimensión, imposible de verificar cual es la solución exacta y correcta.

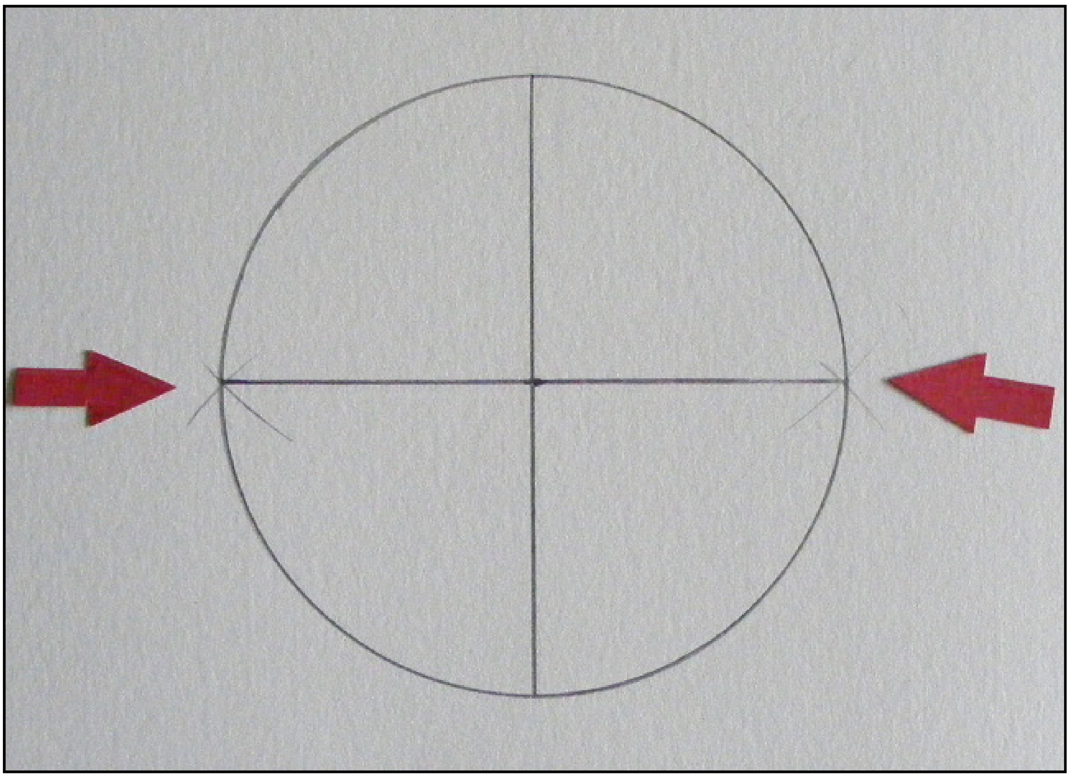
El problema de la cuadratura del círculo se puede resolver, trazando un cuadrado a partir de un círculo, utilizando un compás y una regla sin graduar.

Para demostrarlo, basta con representar el método de trazado de Leonardo, cuyo desarrollo ya se ha explicado, que ha sido realizado de forma manual, con los pasos que se muestran a continuación mediante una secuencia fotográfica, cuyo resultado final es casi, casi, la solución.

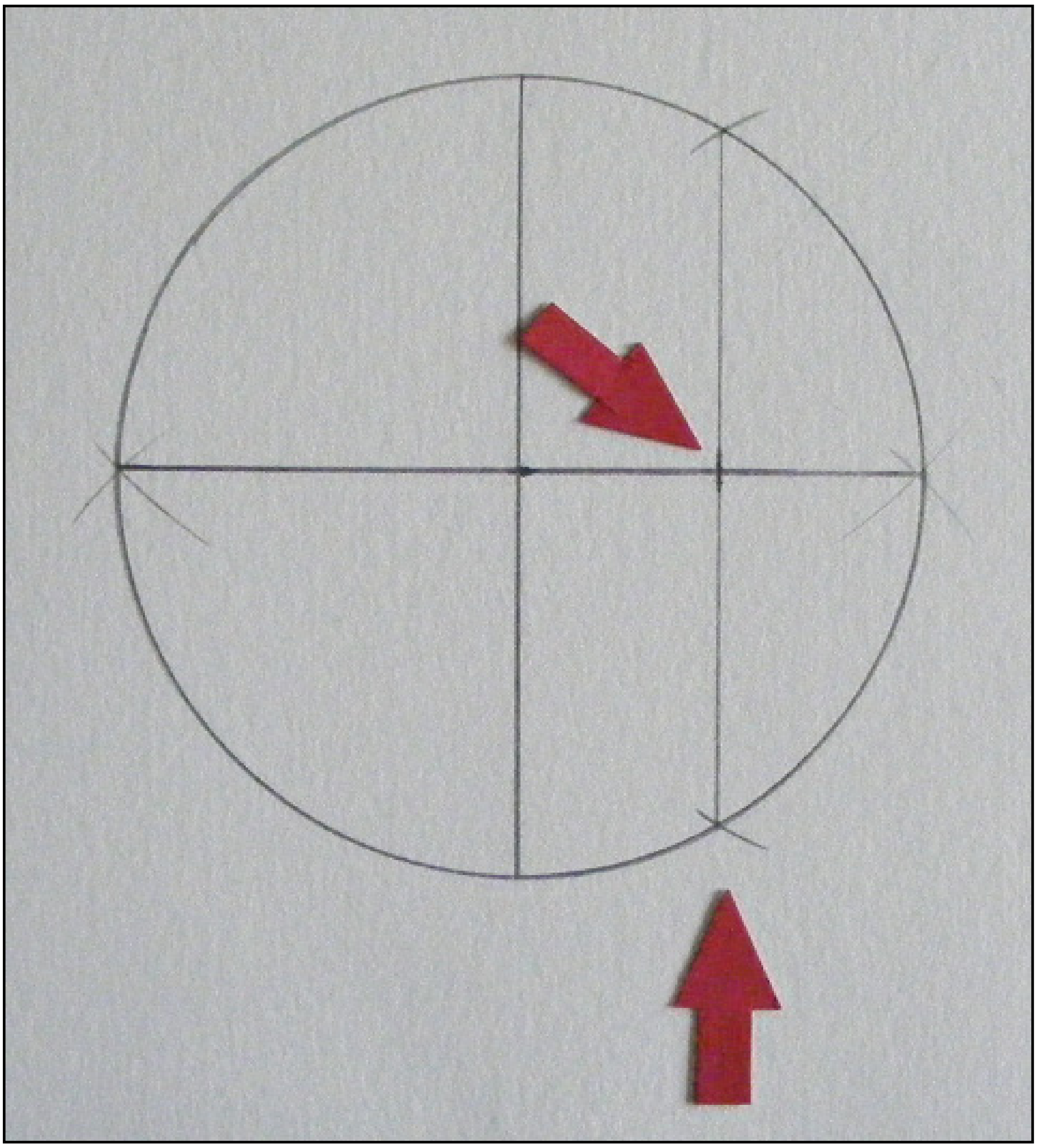
1. Se parte de un círculo cuyo radio se ha trazado al azar con un compás, y situando la regla sobre el centro del mismo, se traza un eje vertical.



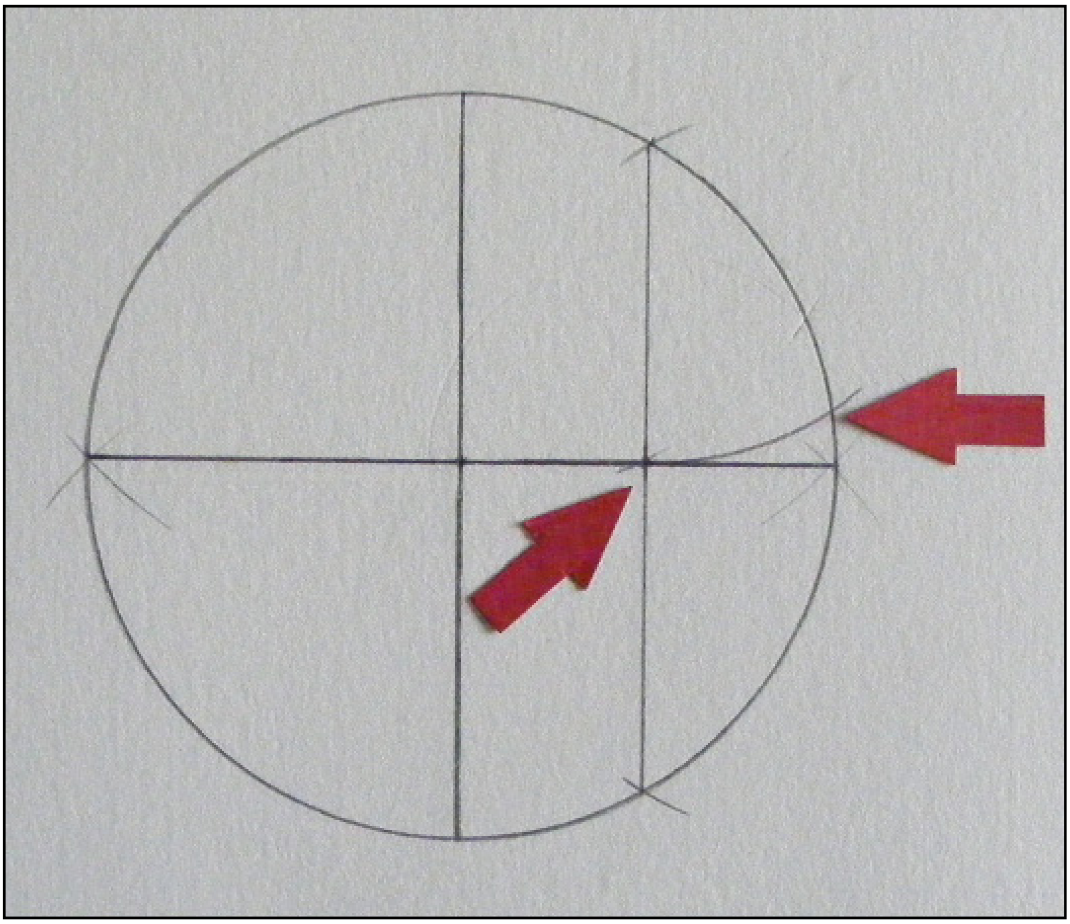
2. Situando el compás de forma alternativamente en los dos extremos de dicho eje, con el compás más abierto, se marcan los dos puntos equidistantes de ambos, y situando la regla entre estos dos puntos, se traza la línea del eje horizontal, perpendicular al anterior, y que también pasa por el centro.



3. Situando el compás en el extremo derecho del eje horizontal y con una apertura igual al radio del círculo, se marcan sobre éste los dos puntos equidistantes, y con la regla situada entre ambos, se traza la línea que marca el punto medio del radio.



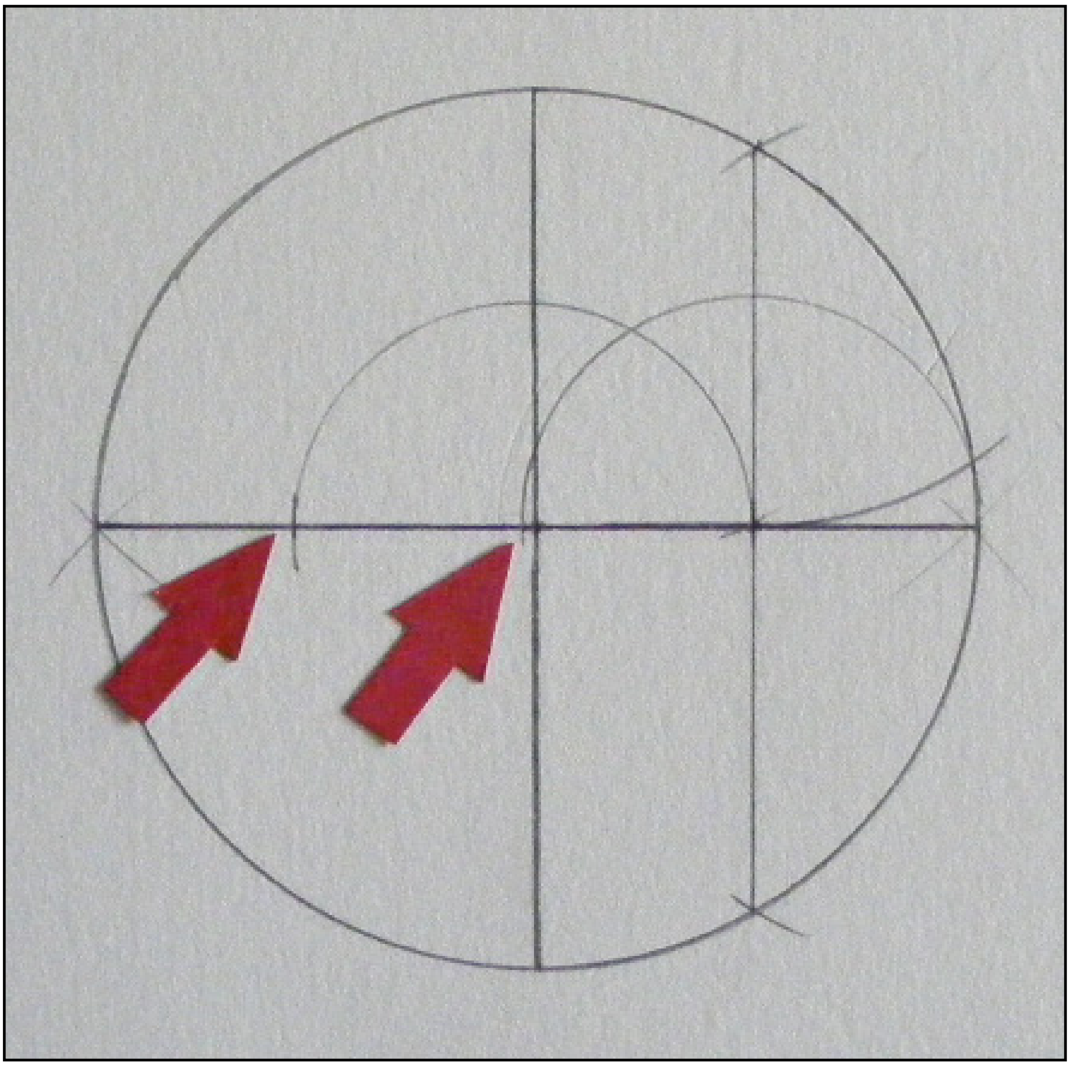
4. Situando el compás en el extremo superior de la línea trazada y con la medida hasta el punto medio del radio, se traslada dicha medida hasta cortar el perímetro circular, marcando sobre él un nuevo punto de referencia.



Comentario: La medida del segmento que se toma y se traslada al perímetro circular, corresponde a la medida del lado del heptágono regular, es decir, la medida que divide el círculo en siete partes iguales.

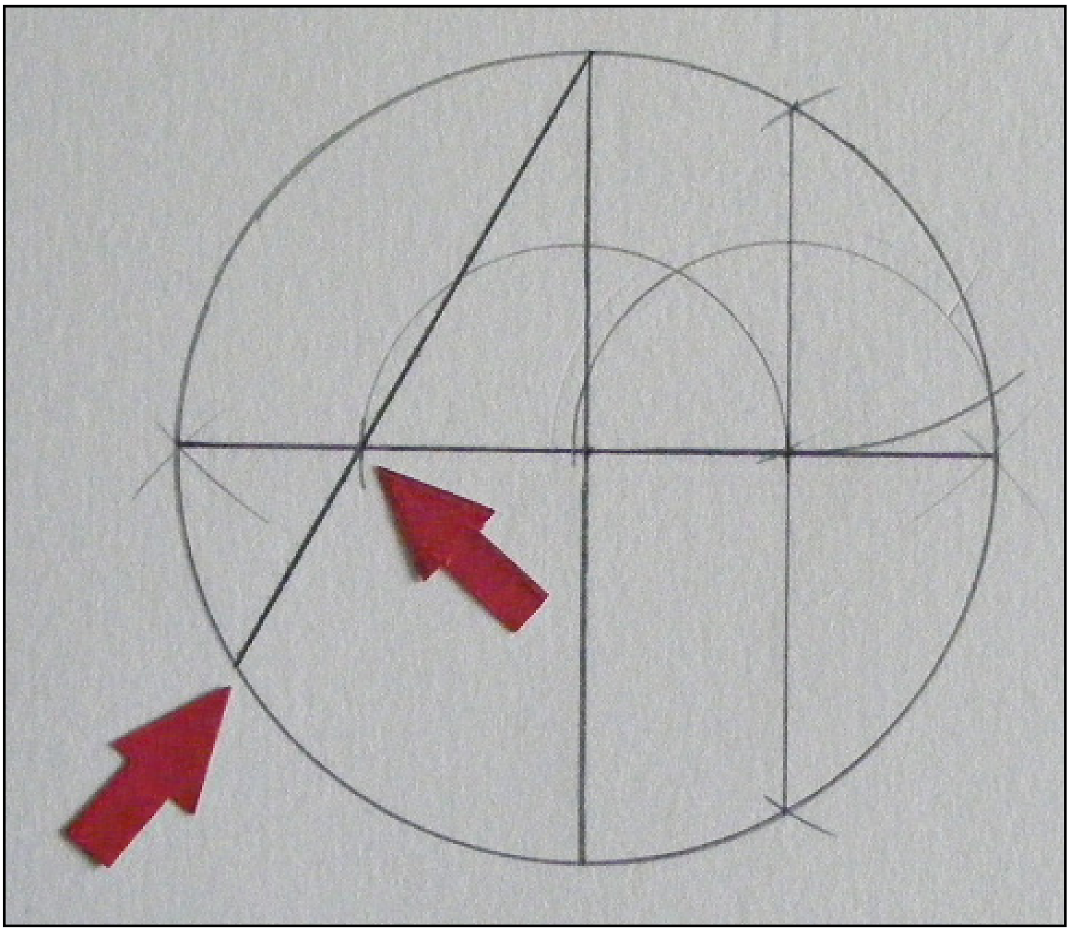
El lado del heptágono (que no se dibuja) y la línea vertical que corta el eje, forman un arco cuya cuerda es la medida para marcar las siguientes referencias.

5. Situando el compás en el punto medio del radio y tomando la medida hasta el punto de referencia marcado en el círculo, se traslada dicha medida dos veces sobre el eje horizontal, marcando primero un punto, sobre el cual se vuelve a situar el compás y se traslada de nuevo la misma medida, marcando un segundo punto de referencia sobre dicho eje.



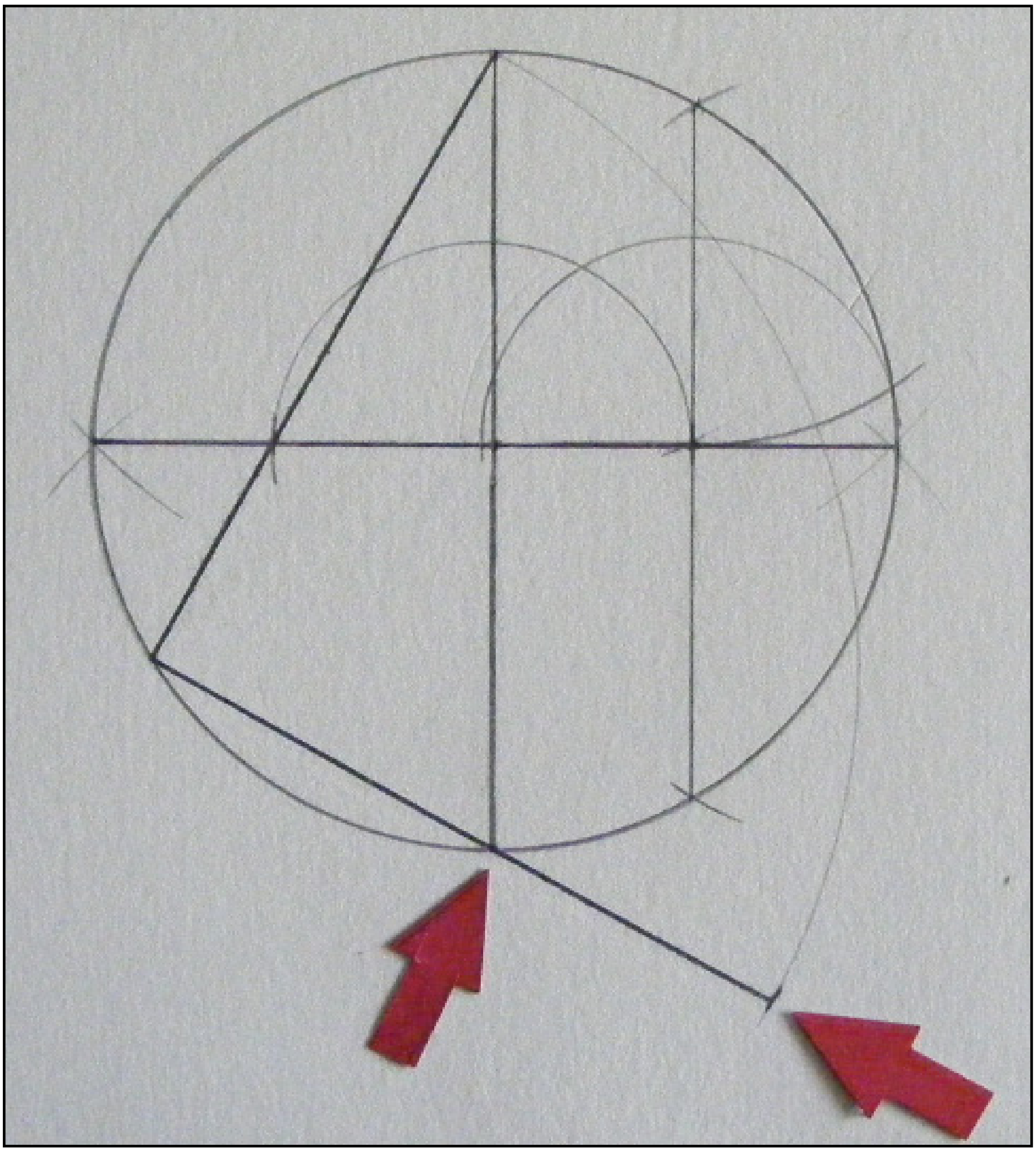
Comentario: La medida del arco se ha trasladado dos veces sobre el eje horizontal, para marcar un nuevo punto de referencia.

6. Situando la regla entre el punto superior del eje vertical y el punto de referencia marcado sobre el eje horizontal, se traza una línea hasta cortar el círculo.

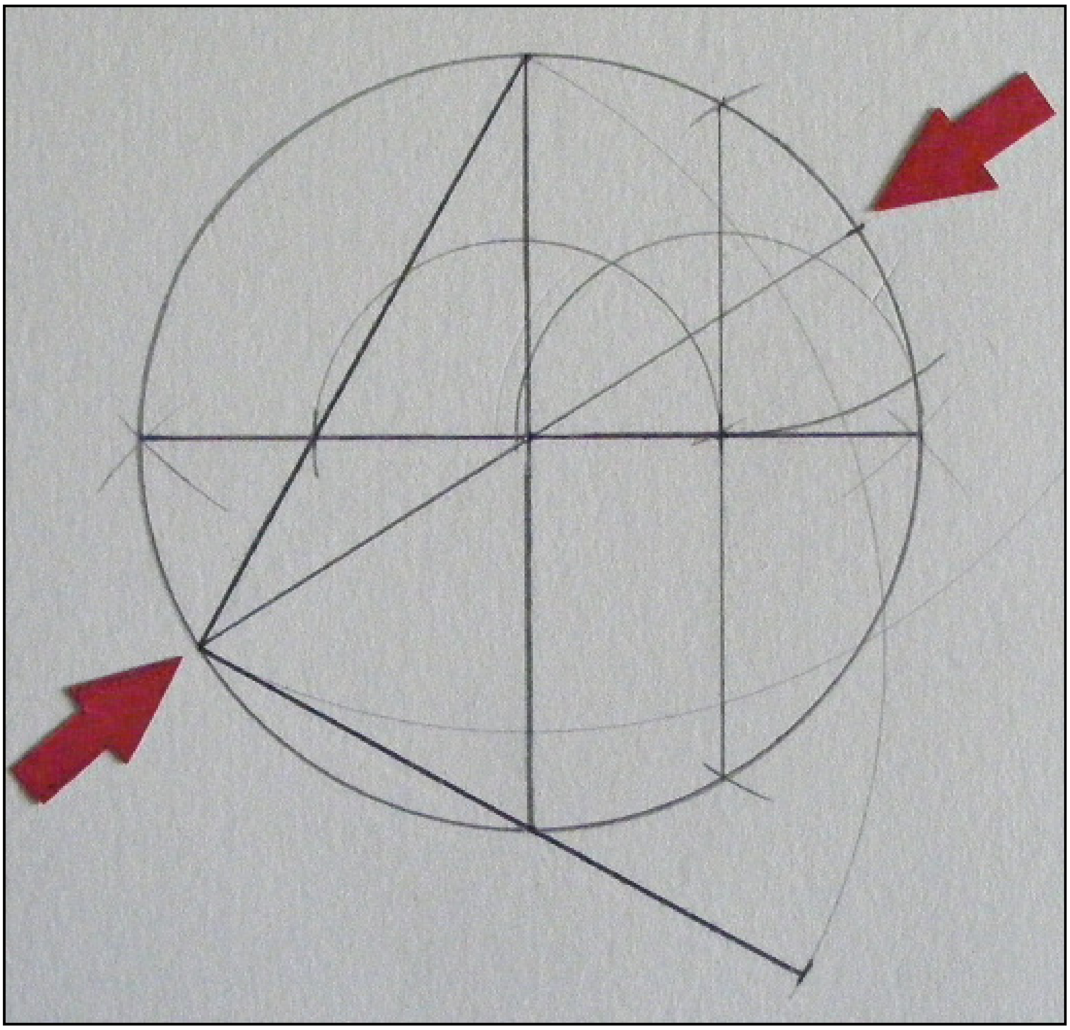


7. Situando la regla entre el punto inferior de la última línea y el punto inferior del eje vertical, se traza otra línea prolongándola más allá del segundo punto.

Con el compás situado en el vértice formado por esas dos líneas, se toma la medida de la primera y se traslada sobre la segunda línea, marcando el extremo de la misma.

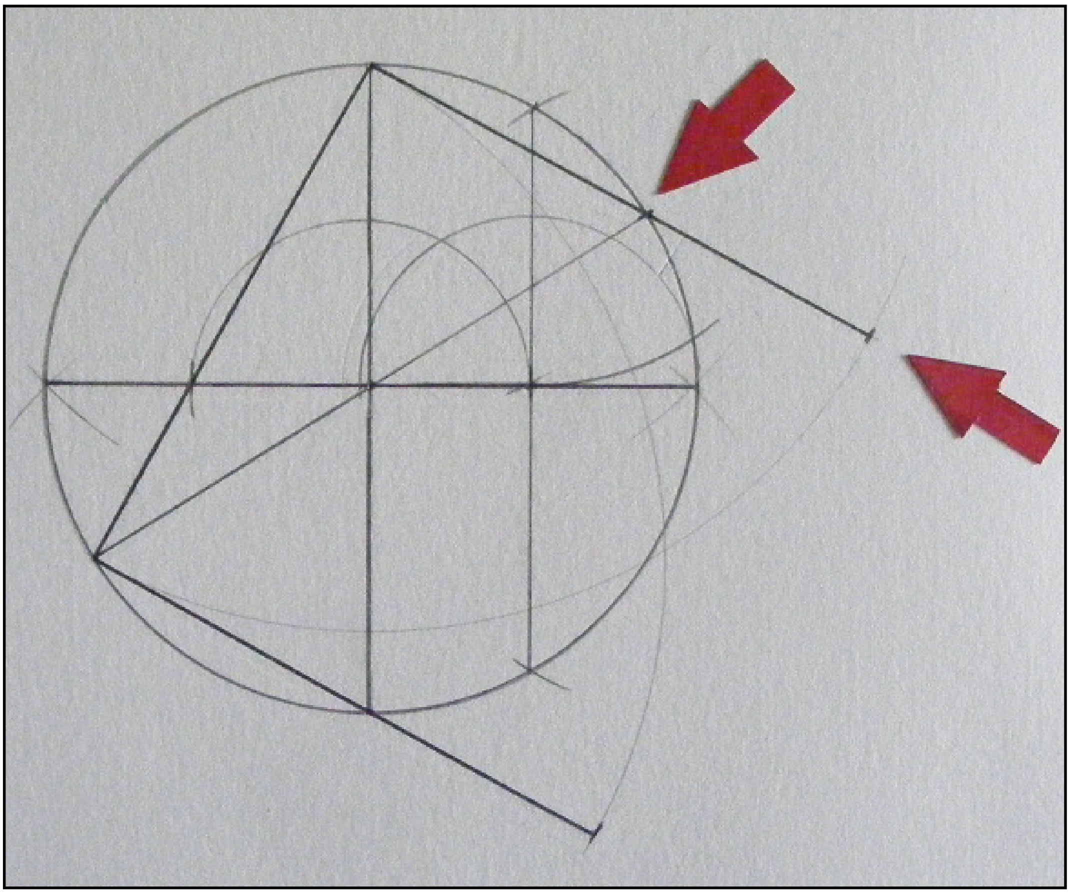


8. Situando la regla entre el vértice de las dos líneas y el centro del círculo, se traza una línea hasta cortar el perímetro circular, marcando sobre él un nuevo punto de referencia.

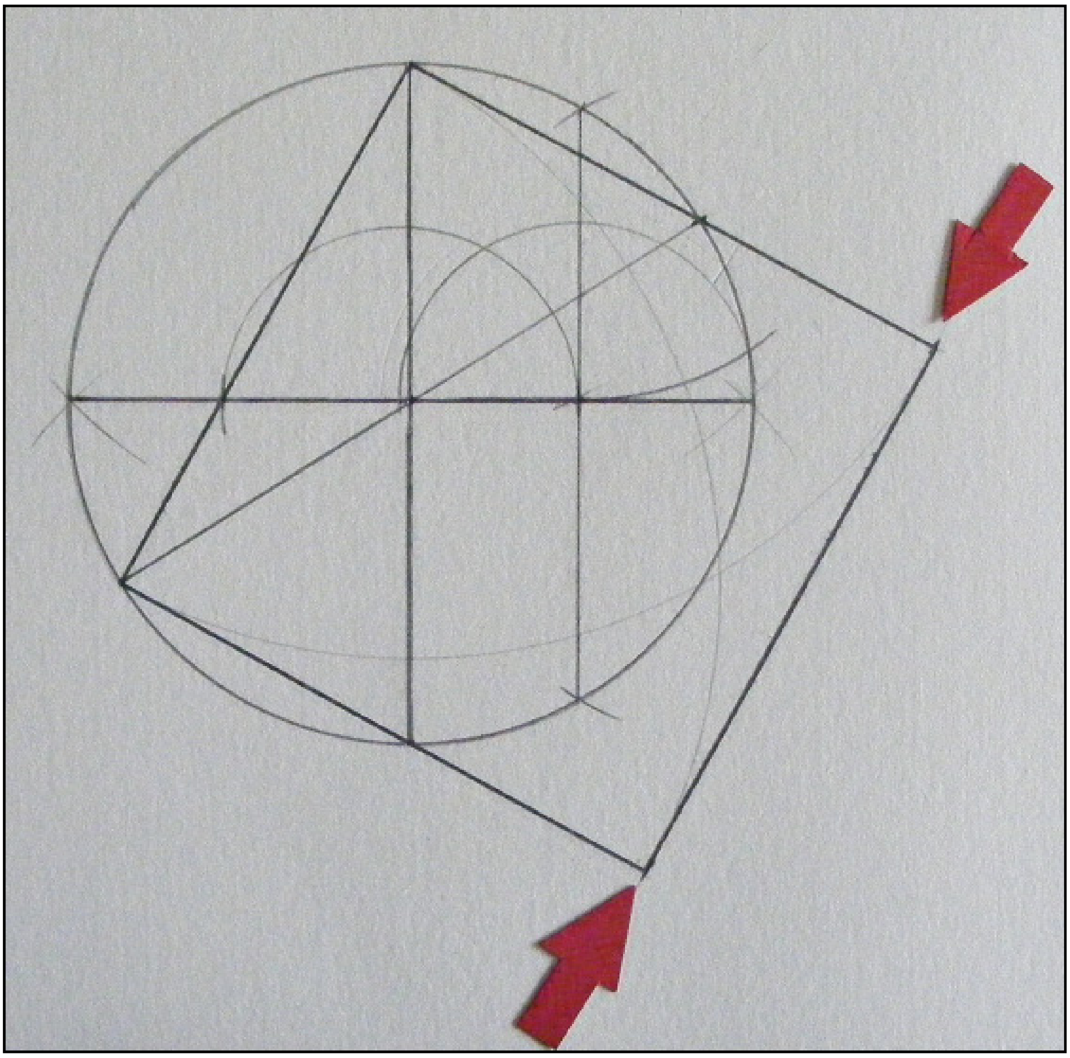


9. Situando la regla entre el punto superior del eje vertical y el punto de referencia marcado sobre el círculo, se traza una tercera línea, prolongándola más allá de dicho punto.

Situando el compás sobre el vértice de las líneas primera y tercera, y tomando la medida de la primera, se traslada hasta la tercera marcando el punto extremo de dicha línea.



10. Situando la regla entre los dos puntos extremos de las líneas segunda y tercera, se traza una cuarta línea que los une, completando un cuadrado.

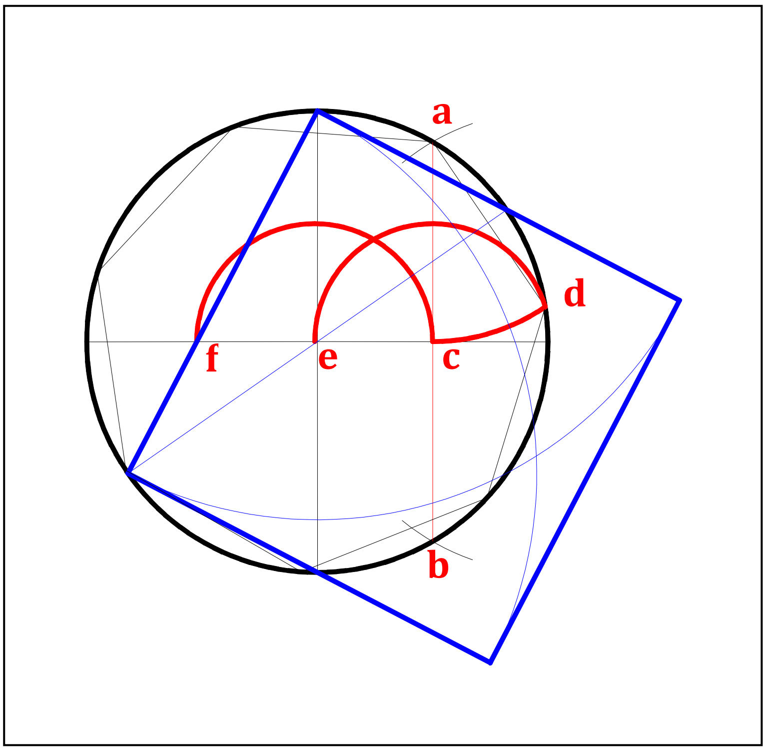


Comentario: El resultado final es un cuadrado cuya superficie es casi, casi, igual a la del círculo, lo cual demuestra que la solución está muy próxima y en consecuencia, que resulta posible.

Con la secuencia de estas diez fotografías se muestra el método con el que pone de manifiesto que es posible trazar un cuadrado a partir de un círculo dado, utilizando una regla y un compás. Para confirmar el resultado de este dibujo, únicamente falta tomar las medidas del radio de la circunferencia y del lado del cuadrado, y efectuar los oportunos cálculos, para comparar las superficies que de ambas figuras.

Como ya se ha puesto de manifiesto, resulta de gran dificultad tomar unas medidas exactas del dibujo manual, lo que demuestra la imposibilidad de saber si este ejemplo sería la solución de la cuadratura o no. Sin embargo, el mismo dibujo y siguiendo las mismas secuencias, se puede ejecutar utilizando un programa de dibujo por ordenador, con el cual el resultado final es el mismo, y con esta herramienta si se pueden obtener las medidas con total precisión y realizar los cálculos exactos para valorar los resultados.

El dibujo muestra la secuencia de los sucesivos puntos de referencia que se han ido marcando (a hasta f) para seguidamente completar el cuadrado, siguiendo los mismos pasos que con el dibujo manual.



La referencia utilizada es la medida (a-c), un segmento que divide a la circunferencia en siete partes iguales.

Para valorar el resultado del ejemplo, en una hoja de cálculo se introducen los valores (expresados en milímetros) que nos ha proporcionado el programa de dibujo, para el radio del círculo y el lado del cuadrado, se realizan los oportunos cálculos y se verifica que el porcentaje de error de la diferencia de las superficies calculadas es del 0,0051% por exceso, como se puede ver en el siguiente cuadro.

Dibujo de la referencia heptágono	**Medidas en milímetros**
Radio de la circunferencia	258,2745
Lado del cuadrado	457,7913
Valor de PI	3,141593
Superficie del cuadrado	209.572,8744
Superficie del círculo	209.562,1916
Diferencia de las superficies	**10,6828**
Lado del cuadrado exacto	457,7796
Diferencia longitud lado	0,0117
Porcentaje de error diferencia de superficies	**0,0051%**

La diferencia entre el lado del cuadrado obtenido en el dibujo y la medida exacta que resultaría en la solución, es apenas de 0,0117 milímetros, es decir, sólo 12 milésimas de milímetro mayor, una diferencia tan ínfima que resulta imposible de apreciar sobre el dibujo hecho manualmente, lo cual expresa que este ejemplo es una gran aproximación por exceso a la solución buscada.

Presentando los resultados de este ejemplo, desde otro punto de vista, por el que la solución de la cuadratura está en función de un factor numérico y del radio del círculo, para calcular o establecer tanto la medida del lado del cuadrado, como el valor de su superficie, para poder valorar y comparar dichos factores, con los que corresponden a los de la solución exacta, y que para el cuadrado del ejemplo son:

Lado=1772499*r - Superficie=3,141753*r².

Y para la solución exacta los factores serían:

Lado=1772454*r - Superficie=3,141593*r².

Las diferencias para dichos factores entre los de la solución exacta y los del dibujo del ejemplo son:

Lado= 0,000045 - Superficie= 0,00016

La representación matemática de la relación entre el lado del cuadrado y el radio del círculo, respondería a las siguientes ecuaciones.

Para el cuadrado del ejemplo: $\boldsymbol{Lado = radio * \sqrt{\pi} + 0,0117}$

Para el cuadrado de la solución: $\boldsymbol{Lado = radio * \sqrt{\pi} + 0}$

La conclusión es que el ejemplo manual que hemos trazado con regla y compás, resulta ser de una gran aproximación por exceso, muy, muy cercana de la solución, a tan solo unos pocos valores decimales de distancia.

Un problema con mucha historia.

Como hemos argumentado anteriormente, en épocas pasadas, dibujos como los de este ejemplo habrían suscitado inevitables debates acerca de la exactitud o no de los resultados matemáticos, dada la dificultad de precisar las mediciones manualmente. Esta parece ser la principal dificultad por la que históricamente ha sido considerado como imposible resolver este problema, porque resulta imposible verificar cuál es la solución exacta.

Es muy probable que los maestros egipcios, los constructores de las pirámides de Egipto, tuvieran conocimiento de esta imposibilidad, a pesar de lo cual, y como hemos apreciado, en el diseño y las medidas de las dos pirámides de Gizeh, parece estar representada la cuadratura del círculo, o que también ese diseño y esas medidas fueron como una consecuencia y fruto del planteamiento de un problema geométrico.

Fue muy famoso entre los griegos, de los que, aparentemente, no quedó ningún vestigio acerca de alguien que hubiera presentado una solución, ni un método para resolverlo. Algunos personajes destacados durante la antigüedad lo plantearon en sus tratados sobre Geometría, tales como Euclides, Arquímedes, Aristóteles, Llull, Durero, etc. Más recientemente Lindemann demostró con argumentos matemáticos la imposibilidad de resolverlo utilizando regla y compás... aunque con alguna reserva.

Se sabe que a Leonardo da Vinci le obsesionó este problema. Quizás lo resolvió o quizás conoció el método para resolverlo. Un "secreto" muy bien guardado durante milenios. En cualquiera de los dos casos, en lugar de revelarlo públicamente, lo hizo a través de un dibujo magistral, lleno de marcas y de claves, como si de un enigma se tratara, posibilitando de esa forma que pudiera transmitirse en el tiempo un conocimiento, para todos aquellos que llegaran a comprender el "enigma", que no es otro que el método de trazado que hemos visto.

Durante siglos, destacados maestros en arquitectura y geometría se esforzaron en levantar extraordinarias construcciones, en las que dejaron una gran diversidad de sus conocimientos, con llamativas formas geométricas, cuyos símbolos o significados ocultos permanecen fuera del alcance de nuestra comprensión.

Los tiempos cambian y con ellos los problemas... y la forma de resolverlos. Las modernas tecnologías han significado un portentoso salto en todas las ramas de las ciencias. Han aportado nuevos métodos de trabajo, impensables hasta hace unas pocas décadas, como son los programas informáticos de dibujo que permiten realizar los diseños geométricos y arquitectónicos con extraordinaria precisión.

Un problema histórico del pasado, cuya solución está en el futuro, oculto en un dibujo que únicamente podrá ser realizado con modernas herramientas informáticas que, alguien, algún día, dibujará.

Estrella de 14 puntas dibujada sobre la fotografía del rosetón de la iglesia de San Pedro de los Francos en Calatayud.

La superposición se asemeja a una de las figuras que ilustran los textos de Ramón Llull sobre Geometría, en el apartado en que desarrolla sus tesis sobre la cuadratura del círculo.

BIBLIOGRAFÍA

http://es.wikipedia.org/wiki/Wikipedia:Portada

La Masonería. Una hermandad de carácter secreto.
Miguel Martín-Albo
2007. Editorial LIBSA
ISBN: 978-84-662-0653-2

La Masonería. Ritos y Símbolos.
Carla Nieto Martínez
2007. Editorial LIBSA
ISBN: 13:978-84-662-1491-9

Talismán. Arquitectura y Masonería.
Robert Bauval y Graham Hancock
2008. Ediciones Martínez Roca S.A.
ISBN: 978-84-270-3446-4

El misterio de las catedrales.
Fulcanelli
2010. Liberduplex, S.L.U.
ISBN: 978-84-9759-514-8

Arte mudéjar en la ciudad de Calatayud.
Agustín Sanmiguel Mateo
2007. Publicación nº 92 del Centro de Estudios Bilbilitanos
ISBN: 978-84-7820-895-1