Matriz hermética

$A^* = (A^-)^*$

$A^* = (A^-)^+ = (A^t)$ *transjugada*

$A = (a_{ij} + b_{ij} i)_{nxn}$

$A^- = (a_{ij} - b_{ij} i)_{nxn}$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2+3i \\ 2-3i & 4 \end{bmatrix} \qquad A^- = \begin{bmatrix} 2 & 2-3i \\ 2+3i & 4 \end{bmatrix}$$

$(A^-)^t = \begin{bmatrix} 2 & 2+3i \\ 2-3i & 4 \end{bmatrix}$ *herhermitica*

Anti hermetica $A^* = -A$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2+3i \\ 2+3i & 0 \end{bmatrix} = \quad A^- = \begin{bmatrix} 0 & -2-3i \\ 2-3i & 0 \end{bmatrix}$$

$(A^-)^t = \begin{bmatrix} 0 & 2-3i \\ -2-3i & 0 \end{bmatrix}$

$$B = \begin{bmatrix} i & -2+3i \\ -2-3i & -2i \end{bmatrix}$$

$$B^- = \begin{bmatrix} -i & -2-3i \\ -2-3i & 2i \end{bmatrix}$$

$(B^-)^t = \begin{bmatrix} -i & -2-3i \\ -2-3i & 2i \end{bmatrix}$ *no es anti hermetico*

- *Ejemplo*

$A = \begin{bmatrix} 1+i & 2-3i \\ 4i & 8-6i \end{bmatrix}$

$A + \quad A^*$
$A - \quad A^*$

$$A + A^{-} = \begin{bmatrix} 1-i & 2+3i \\ -4i & 8+6i \end{bmatrix}$$

$$A^{*} = \begin{bmatrix} 1-i & -4i \\ 2+3i & 8+6i \end{bmatrix}$$

$$A + A^{*} = \begin{bmatrix} 2 & 2-7i \\ 2+7i & 16 \end{bmatrix} \; hermetica$$

$$(B^{-})^{t} = \begin{bmatrix} 2 & 2-7i \\ 2+7i & 16 \end{bmatrix}$$

$$A - A^{*} = \begin{bmatrix} 2i & 2+i \\ -2+i & -12i \end{bmatrix} = C$$

$$C^{*} = \begin{bmatrix} -2i & -2-i \\ 2-i & 12-i \end{bmatrix} - C \; anti\ hermetico$$

Dada cualquier matriz se puede descomponer como la suma de las matrices.

Hermética anti hermética

$$A = \frac{A + A^{*}}{2} + \frac{A - A^{*}}{2}$$

OPERACIONES ENTRE MATRICES

SUMA DE MATRICES

Para poder sumar matrices deben de tener el mismo orden, ambas matrices deben tener el mismo número de filas y columnas.

Definición de suma:

Si $A = (a_{ij})_{mxn}$ *y* $B = (b_{ij})_{mxn}$ *entonces su suma es* $A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{mxn}$.

$A_{mxn} + B_{mxn} = (a_{ij})_{mxn} + (b_{ij}) = (a_{ij} + b_{ij})_{mxn}$

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} \quad ; \quad B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}$$

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \end{pmatrix}$$

p.ej.

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 4 & 1 & -7 \end{pmatrix} ; B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -3 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$A+B=\begin{pmatrix} 3 & -3 & 7 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

La suma de dos matrices se define únicamente cuando las matrices son del mismo tamaño.

Ejemplo 2.

Suma las matrices A + B

1 + 5 = 6

$$A=\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & \\ & \end{vmatrix}$$

Suma $a_{11} + b_{11}$

3 + 7 = 10

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 10 \\ & \end{vmatrix}$$

Suma $a_{12} + b_{12}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 10 \\ 9 & \end{vmatrix}$$

Suma $a_{21} + b_{21}$

5 + 4 = 9

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 10 \\ 9 & 15 \end{vmatrix}$$

Suma $a_{22} + b_{22}$

7 + 8 = 15

Es decir A+B es la matriz m×n que se obtiene al sumar las componentes de A y B.

Propiedades:

Propiedad conmutativa A+ B = B + A

(a_{ij} +b_{ij}) = (b_{ij} + a_{ij})

Porque la suma en IK es conmutativa

Propiedad asociativa A+B+C

(A+B)+C =A+ (B+C)

$$(a_{ij} + b_{ij}) + c_{ij} = a_{ij} + (b_{ij} + c_{ij})$$

$$\left((a_{ij} + b_{ij}) + c_{ij}\right) = \left(a_{ij} + (b_{ij} + c_{ij})\right)$$

$$(a_{ij} + b_{ij}) + c_{i\square} = a_{ij} + (b_{ij} + c_{ij})$$

Existencia de elementos neutros

$0_{mxn} = (0)_{mxn}$

$$A_{mxn} + o_{mxn} = A_{mxn}$$

$(a_{ij})_{mxn}$ +$(0)_{mxn}$= $(a_{ij} + 0)_{mxn} = (a_{ij})_{mxn}$

Inverso aditivo

Para cada A_{mxn} existe la matriz opuesta $-A_{mxn}$ t.q

$$A + (-A) = 0 \qquad -A = (-a_{ij})$$

Al conjunto de las matrices de dimensión $m \times n$ cuyos elementos son números reales lo vamos a representar por $M_{m \times n}$ y como hemos visto, por cumplir las propiedades anteriores, $(M, +)$ es un grupo abeliano.

- *La diferencia de matrices A y B se representa por $A-B$, y se define como:*

$$A-B = A + (-B)$$